Лекция 1

Определение измерительного процесса

Существует тесная взаимосвязь между научно-техническим прогрессом и достижениями в области измерений и измерительной техники.

Целью измерения является получение количественной информации величине изучаемых явлений, а также закономерностях взаимодействия между ними.

Любое современное производство должно быть оснащено измерительными средствами, позволяющими осуществлять точный и объективный контроль технологического процесса.

Поэтому разработка и создание средств измерений (СИ) является одним из основных направлений научно-технического прогресса, тесно связанным с развитием науки и технологии.

В основе любого измерительного процесса, независимо от вида объекта измерения, измеряемой физической величины, принципа измерения, способа обработки информации и т.п., лежат одни и те же закономерности.

Исследованию этих закономерностей, задачам оптимизации измерительного эксперимента при различных условиях измерений и воздействиях посвящены основные разделы теории измерений.

Понятие "измерение физической величины" можно определить как нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств.

В этом определении отражены следующие главные признаки:

- измерять можно характеристики свойств реально существующих объектов материального мира;
- процесс измерения - экспериментальный процесс (теоретическим или расчетным путем измерение провести нельзя);
- для проведения измерения обязательным является использование измерительных устройств, взаимодействующих с объектом измерения;
- в качестве результата измерения принимается значение физической величины (оценка размера физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц).

Измерению могут подлежать не только физические величины, но и функциональные зависимости, характеризующие свойства объекта измерения. В этом случае проводятся либо измерения при фиксированных значениях аргумента (чаще времени или пространственных координат) либо измерение функций с помощью меры, воспроизводящей образцовую зависимость. Если измеряются случайные величины, то проводится статистические измерения, при которых входное воздействие рассматривается как реализация (ансамбль реализаций) случайного процесса, а целью измерения является определение значения оценки той или иной вероятностной характеристики. Причем результат измерения должен быть привязан к какому - либо моменту времени (или точке пространства) или к определенной реализации.

Для реализации измерительного процесса необходимо обеспечить:

- возможность выделения измеряемой величины среди других величин;
- возможность установления единицы, необходимой для измерения выделенной величины;
- возможность материализации (воспроизведения или хранения) установленной единицы техническим средством;
- возможность сохранения неизменным размера единицы (в пределах установленной точности) как минимум на срок, необходимый для измерений.

Измерительные сигналы

Понятие сигнала

Полученная в результате измерения информация имеет числовую форму и называется измерительной. Носителем измерительной информации является сигнал.

Сигналом, как материальным носителем информации, может быть любой физический процесс (электрический, магнитный, оптический, акустический и пр.), определенные параметры которого (амплитуда, частота, энергия, интенсивность и др.) однозначно отображают информационные данные (сообщения).

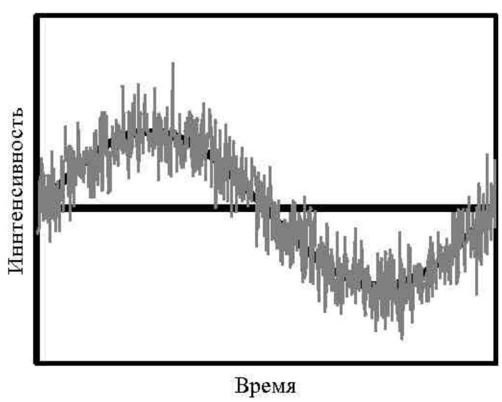

Рисунок 1 - Сигнал с помехой

Сигналы, полученные в результате измерений, содержат не только информативные параметры, часть параметров сигналов возникает при воздействии помех на каналы связи или приемник информации (рисунок 1)..

Выделение полезных составляющих из общей суммы зарегистрированных сигналов или максимальное подавление шумов и помех в информационном сигнале при сохранении его полезных составляющих является одной из основных задач, решаемых с помощью теории измерений.

Типы помех разделяют по источникам их возникновения, по энергетическому спектру, по характеру воздействия на сигнал, по вероятностным характеристикам и другим признакам.

Источники помех бывают внутренние и внешние.

Внутренние шумы могут быть присущи физической природе источников сигналов, как, например, тепловые шумы электронных потоков в электрических цепях или дробовые эффекты в электронных приборах, или возникают в измерительных устройствах и системах передачи и обработки сигналов от влияния различных дестабилизирующих факторов - температуры, повышенной влажности, нестабильности источников питания, влияния механических вибраций на гальванические соединения, и т.п.

Внешние источники шумов бывают искусственного и естественного происхождения. К искусственным источникам помех относятся индустриальные помехи - двигатели, переключатели, генераторы сигналов различной формы и т.д. Естественными источниками помех являются молнии, флюктуации магнитных полей, всплески солнечной энергии, и т.д.

Электрические и магнитные поля различных источников помех вследствие наличия индуктивных, емкостных и резистивных связей создают на различных участках и цепях измерительных систем паразитные разности потенциалов и токи, накладывающиеся на полезные сигналы.

Помехи подразделяются на флюктуационные, импульсные и периодические. Флюктуационные или шумовые помехи представляют хаотический и беспорядочный во времени процесс в виде нерегулярных случайных всплесков различной амплитуды. Как правило, флюктуационные помехи распределены по нормальному закону с нулевым средним и оказывают существенное влияние только на сигналы низкого уровня.

Импульсные помехи во многом похожи на шумовые помехи и проявляются как в виде отдельных импульсов, так и в виде последовательности импульсов, форма и параметры которых имеют случайный характер. Причинами импульсных помех являются резкие броски питающих тока и напряжения, а также природные электрические явления. Распределение импульсных помех симметричное с произвольной плотностью распределения.

Периодические помехи вызываются периодическими низкочастотными или высокочастотными полями линий электропередач, силовых электроустановок и др. Если основная мощность помех сосредоточена на отдельных участках диапазона частот, например, на частоте напряжения промышленной сети или кратна этой частоте, то такие помехи называют сосредоточенными.

В зависимости от характера воздействия на сигнал помехи разделяют на аддитивные и мультипликативные. Аддитивные (налагающиеся) помехи суммируются с сигналом, не зависят от его значений и формы и не изменяют информативной составляющей самого сигнала. Мультипликативные или деформирующие помехи могут изменять форму информационной части сигнала, иметь зависимость от его значений и от определенных особенностей в сигнале и т.п. При известном характере мультипликативных помех возможна коррекция сигнала на их влияние.

Деление сигналов на полезные и мешающие (шумовые) является достаточно условным. Источниками мешающих сигналов также являются определенные физические процессы, явления или объекты. При выяснении природы мешающих сигналов они могут переводиться в разряд информационных.

Классификация сигналов. Понятие математической модели сигналов

По виду энергии сигналы разделяются на механические, электрические, магнитные, тепловые, акустические, световые, ионизирующих излучений и др.

Для теоретического изучения и расчетов, получения возможности обобщенно, независимо от физической природы, судить о свойствах сигналов применяются математические модели.

Обобщенно функция, описывающая математическую модель сигнала, может быть представлена в виде

$$x = F(t, z, \omega, \dots A, B, C, \dots),$$

где x – информативный параметр сигнала; t, z, ω – независимые аргументы (время, пространственная координата, частота); A, B, C… – параметры сигналов.

Соответственно модели называют временными, пространственными или частотными. Применяются также векторные модели.

Функции, описывающие сигналы, могут принимать как вещественные, так и комплексные значения. Соответственно сигналы могут быть вещественными и комплексными.

В зависимости от математического аппарата, применяемого при разработке модели сигнала, различают:

- детерминированные сигналы, значения которых в любой момент времени или в произвольной точке пространства известны или могут быть достаточно точно определены и описаны функциональными зависимостями;

- случайные сигналы, изменение которых носит случайный характер и, следовательно, могут быть описаны с помощью законов математической статистики.

Более подробная классификация приведена на рисунке 2.

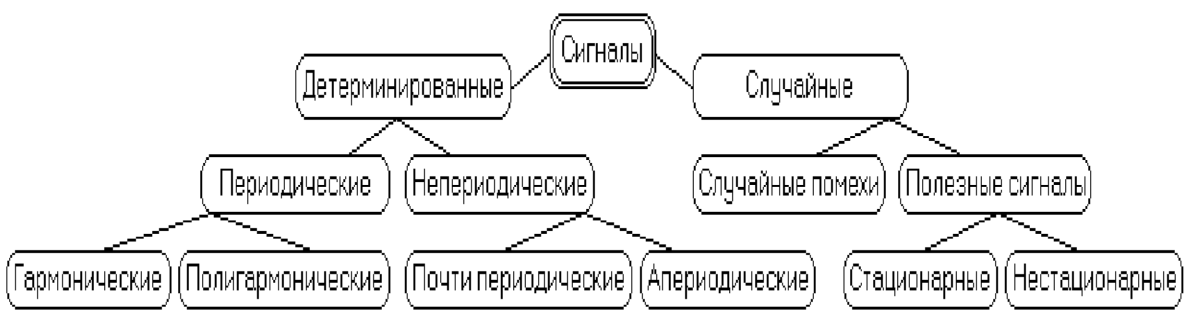

Рисунок 2 – Классификация измерительных сигналов

Для описания сигналов, полученных в результате измерительных процедур, используются также квазидетерминированные модели, в которых присутствуют как детерминированная, так и случайная компонента. Например, сигнал на рисунке 1.

Лекция 2

Математические модели и параметры детерминированных сигналов

Детерминированные сигналы делятся на элементарные и сложные.

Элементарные (тестовые) сигналы

Основными элементарными сигналами являются: постоянный сигнал, идеальный единичный импульс, синусоидальный сигнал.

Постоянный сигнал имеет только один параметр *x*, который неизменен во времени.

x=A; A=const.

Идеальный единичный импульс описывается математической моделью в виде дельта-функции (δ-функции):

$$\delta(t - t_u) = \begin{vmatrix} 0 & \text{при } t \neq t_u; \\ \infty & \text{при } t = t_u, \end{vmatrix}$$

где t_u – момент действия импульса, являющийся единственным параметром δ-функции, указывающим его положение на оси времени.

Идеальный единичный импульс рассматривается как предельный случай реального прямоугольного импульса с длительностью $\tau \to 0$, площадью $F=1$, амплитудой $X_м=1/\tau \to \infty$.

Интеграл δ-импульса $\int_0^t \delta(t - t_0)dt = 1$.

Важное свойство дельта-функции отражено в выражении

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t - t_u)dt = x(t_u)$$.

Таким образом, если непрерывную функцию умножить на дельта-функцию и произведение проинтегрировать по времени, то результат будет равен значению непрерывной функции в точке, где сосредоточен δ-импульс. Такое свойство δ-функции называют **фильтрующим** или **стробирующим**.

Синусоидальный или **гармонический сигнал**, описываемый моделью

$$x = X_м \sin(\omega t + \varphi) = X_м \sin(\frac{2\pi t}{T} + \varphi),$$

имеет три параметра: амплитуду $X_м$, период T или частоту $\omega=2\pi/T$ и начальную фазу φ. Такой сигнал широко используется при измерениях, является одним из наиболее простых и удобных для анализа временных зависимостей. Это объясняется тем, что гармонические сигналы инвариантны относительно преобразований, осуществляемых стационарными линейными системами.

Сложные сигналы

Периодические детерминированные сигналы

К периодическим сложным сигналам относятся полигармонический сигнал, последовательность импульсов прямоугольной, экспоненциальной и других форм.

Математическая модель *полигармонического* периодического сигнала характеризуется условием $x(t)=x(t+kT)$, где T – период, $k=1,2,3\ldots$, это означает, что основной параметр сигнала x повторяет все свои значения через интервал времени, равный периоду T. Чаще всего полигармонические периодические сигналы представляются с помощью элементарных сигналов путем разложения их в ряд по соответствующим функциям:

$$x(t)=\sum_{k=1}^{N} A_k \varphi_k(t),$$

где A_k – коэффициенты разложения членов ряда, называемые **спектром**; $\varphi_k(t)$ – элементарные функции.

Это выражение называется обобщенным рядом Фурье в выбранном базисе ортонормированных функций.

Обычно в качестве ортонормированного базиса ряда Фурье используется совокупность тригонометрических функций с кратными частотами, дополненная постоянным сигналом:

$$\varphi_0=1/\sqrt{T};\quad \varphi_1=\sqrt{2/T}\sin\omega_0 t;\ \varphi_2=\sqrt{2/T}\cos\omega_0 t;\ \varphi_3=\sqrt{2/T}\sin 2\omega_0 t;\ \varphi_4=\sqrt{2/T}\cos 2\omega_0 t;$$

$$\varphi_5=\sqrt{2/T}\sin 3\omega_0 t;\ \ldots$$

Любая функция φ_k из этого базиса удовлетворяет условию периодичности. Разложив функцию в **тригонометрический ряд Фурье**, получаем выражение:

$$x(t) = a_0 + a_1\cos\omega_0 t + b_1\sin\omega_0 t + a_2\cos 2\omega_0 t + b_2\sin 2\omega_0 t + \ldots$$
$$\ldots + a_k\cos k\omega_0 t + b_k\sin k\omega_0 t,$$

или

$$x(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos k\omega_0 t+b_k\sin k\omega_0 t)$$

с коэффициентами:

$$a_0=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x(t)dt\ ;\quad a_k=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x(t)\cos k\omega_0 t dt\ ;$$

$$b_k=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x(t)\sin k\omega_0 t dt\ .$$

Итак, в общем случае сложный периодический сигнал содержит не зависящую от времени постоянную составляющую и бесконечный набор гармонических колебаний, так называемых **гармоник** с частотами $\omega_k=k\omega$ ($k=1,2\ldots$), с частотами, кратными основной частоте последовательности.

Каждую гармонику можно описать ее амплитудой A_k и начальной фазой ψ_k. Для этого коэффициенты рядя Фурье следует записать в виде

$$a_k = A_k \cos \psi_k , \quad b_k = A_k \sin \psi_k .$$

Так что

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} , \quad tg\, \psi_k = {b_k}/{a_k} .$$

Используя эти выражения, получим другую эквивалентную форму ряда Фурье:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t - \psi_k) .$$

Итак, описав полигармонический периодический сигнал с помощью тригонометрического рядя Фурье и определив коэффициенты (A_k и ψ_k, $k=1,2...$) для всех элементарных гармонических составляющих, мы можем представить такой сложный сигнал в частотной форме: в виде дискретных линейчатых спектров амплитуд и фаз.

Спектры графически изображены (рисунок 3) в виде вертикальных линий вдоль оси частот в точках ω_0, $2\omega_0$, $3\omega_0 \ldots n\omega_0$, причем высота каждой из этих линий пропорциональна амплитуде или фазе данной частотной составляющей.

Два дискретных спектра используются только в тех случаях, когда частотные составляющие спектра являются комплексными числами. Если же частотные составляющие являются только действительными или только мнимыми числами, сложный периодический сигнал представляется только одним спектром – амплитудным.

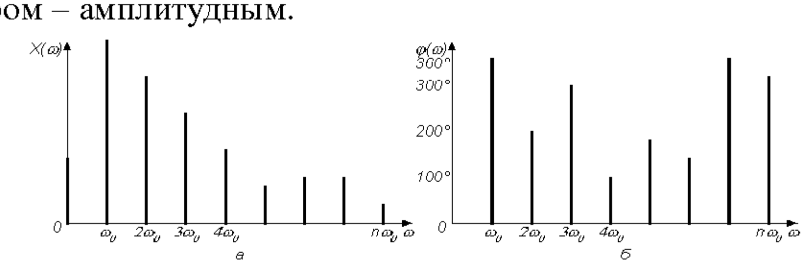

Рисунок 3 - Спектр амплитуд (*а*) и спектр фаз (*б*) периодического сигнала

Дискретные спектры характеризуются совокупностью важных информативных параметров сигнала в виде амплитуд и фаз отдельных гармоник, полосы частот и пр.

Второй формой тригонометрического рядя Фурье является **экспоненциальный ряд Фурье**, в котором в качестве ортонормированного базиса используется совокупность комплексных функций.

$$\{U_k\} = \left\{ \frac{\exp(jk\omega_0 t}{\sqrt{T}} \right\}, \ k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Экспоненциальный ряд Фурье имеет вид

$$x(t) = C_1 e^{j\omega_0 t} + C_{-1} e^{-j\omega_0 t} + C_2 e^{2j\omega_0 t} + C_{-2} e^{-2j\omega_0 t} + \ldots +$$

$$+ C_k e^{jk\omega_0 t} + C_{-k} e^{-jk\omega_0 t} + \ldots = \sum_{k=0}^{\infty} C_k e^{j\omega_0 t};$$

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \;.$$

Сигналы в виде **периодической последовательности импульсов прямоугольной формы** (рисунок 5), находящие широкое применение в информационных процессах, также относятся к классу сложных квазидетерминированных периодических сигналов. Периодический импульсный сигнал описывается функцией и определяется тремя параметрами: амплитудой X_m, периодом повторений T и длительностью импульса τ, а также скважностью

$$Q = \frac{T_ц}{\tau}$$

или обратным ей параметром – коэффициентом заполнения

$$q = \frac{\tau}{T_ц} \;.$$

Любой из этих параметров может быть информативным. Математическая модель сигнала:

$$x(t) = \begin{cases} X_м & \text{при } kT<t<kT+\tau; \\ 0 & \text{при } T+\tau<t<(k+1)T. \end{cases}$$

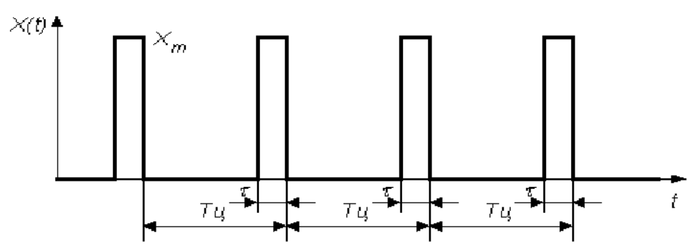

Рисунок 5 - Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

При анализе периодических сложных сигналов, независимо от их формы, кроме рассмотренных, часто используются также следующие параметры:

текущее среднее значение за время Т

$$x_{ср.тек} = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} x(t) dt \;;$$

среднее значение (постоянная составляющая)

$$x_{ср} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x(t) dt \;;$$

среднее выпрямленное значение

$$x_{ср.выпр} = \frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|dt \quad ;$$

действующее или среднее квадратичное значение

$$x_{скз} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x(t)^2\, dt} \quad .$$

Информативными параметрами периодических сигналов сложной формы могут также являться:

максимальное отклонение сигнала в сторону больших значений от постоянной составляющей

$$x_{+\max} = \max_{t \in T} [x(t) - x_{ср}];$$

максимальное отклонение сигнала в сторону меньших значений от постоянной составляющей

$$x_{-\max} = \left|\min_{t \in T} [x(t) - x_{ср}]\right|;$$

размах периодического сигнала

$$x_{разм} = x_{+\max} + x_{-\max} \; ;$$

коэффициент амплитуды

$$K_a = \frac{x_m}{x_{скз}};$$

коэффициент формы

$$K_ф = \frac{x_{скз}}{x_{ср.выпр}}.$$

Лекция 3

Почти периодические сложные сигналы

Одной из разновидностей часто встречающихся сложных квазидетерминированных сигналов являются так называемые **почти периодические сигналы**. Такое название эти сигналы получили потому, что они не в полной мере отвечают условию формирования сложных периодических процессов суммированием двух или более синусоидальных гармоник **с кратными частотами**. Это означает, что отношения любых пар гармоник представляют собой **рациональные числа.**

Приведем примеры функций, описывающих два сигнала:

$$x(t) = x_1 \sin(2t + \varphi_1) + x_2 \sin(5t + \varphi_2) + x_3 \sin(9t + \varphi_3);$$

$$x(t) = x_1 \sin(2t + \varphi_1) + x_2 \sin(5t + \varphi_2) + x_3 \sin(\sqrt{60}t + \varphi_3).$$

В первой функции все значения отношений частот возможных пар гармоник представляют рациональные числа: 2/5; 2/9; 5/9.

Во второй – $2/\sqrt{60}$ и $5/\sqrt{60}$ не являются рациональными числами. Сложный сигнал, описываемый второй функцией, является почти периодическим. Частотный спектр почти периодических сигналов является дискретным.

Непериодические сигналы

Непериодические сигналы так же, как и периодические, анализируются с помощью частотного представления. Однако для этих сигналов не могут быть использованы рассмотренные выше коэффициенты ряда Фурье a_k, b_k, c_k, φ_k, так как “период” T стремится к бесконечности. Для представления непериодических сигналов в частотной области используют **интегральное преобразование Фурье**, которое можно получить путем предельного перехода при рассмотрении непериодического сигнала в виде импульса конечной длительности (рисунок 6). Если его мысленно дополнить такими же сигналами, периодически следующими через некоторый интервал времени T, то получим периодическую последовательность $x_{пер}(t)$, которая может быть представлена в виде комплексного ряда Фурье

$$x_{пер}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t},$$

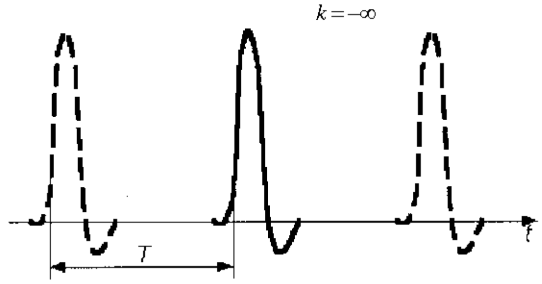

Рисунок 6 - Одиночный сигнал и воображаемая периодическая последовательность с коэффициентами

$$c_k = \frac{1}{T} \int\limits_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad .$$

Если теперь период T стремить к бесконечности, то частоты соседних гармоник $k\omega_0$ и $(k+1)\omega_0$ окажутся сколь угодно близкими (так как $\omega_0 = 2\pi/T$, $T \to \infty$), и дискретную переменную $k\omega_0$ можно заменить непрерывной переменной ω – текущей частотой. Амплитудные коэффициенты C_k станут неограниченно малыми из-за наличия величины T в знаменателе формулы.

Таким образом, в предельном переходе возникает непрерывный спектр. Однако вместо исчезнувших коэффициентов C_k, соответствующих отдельным амплитудам, вводят так называемую спектральную плотность $X(\omega)$ при условии интегрируемости $X(t)$ на интервале $-\infty<t<+\infty$, связанную с сигналом $x(t)$ зависимостью

$$X(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad .$$

Эту формулу называют **прямым интегральным преобразованием Фурье** или непрерывным комплексным спектром сигнала.

Преобразование Фурье обладает свойством обратимости, т.е. по спектру сигнала можно восстановить его во временном пространстве, проведя **обратное преобразование Фурье** по формуле

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad ,$$

На рисунке 7 представлены основные непериодические переходные сигналы и их спектры.

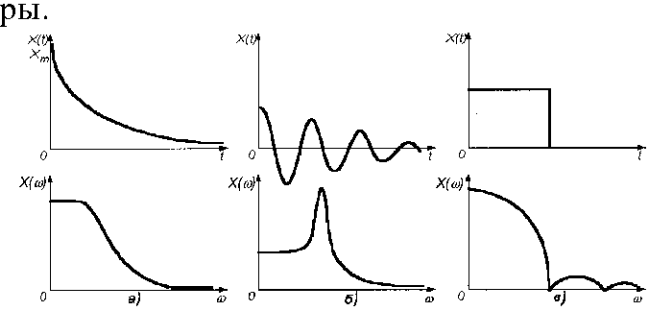

Рисунок 7 - Примеры непериодических сигналов и их спектров: *а* – экспоненциальный, *б* – затухающий колебательный, *в* – прямоугольный

В качестве информативных параметров непериодических сигналов выступают амплитуда и постоянная времени затухания (*а*), амплитуда, постоянная времени затухания, фаза и частота (*б*), амплитуда и длительность прямоугольного импульса (*в*).

Энергетические характеристики сигналов

С энергетических позиций сигналы разделяют на два класса: с ограниченной (конечной) энергией и с бесконечной энергией.

К классу сигналов с ограниченной энергией относятся апериодические и импульсные сигналы, не имеющие разрывов 2-го рода при ограниченном количестве разрывов 1-го рода, и особых точек, уходящих в бесконечность.

Любые периодические, полигармонические и почти периодические сигналы, а также сигналы с разрывами и особыми точками 2-го рода, относятся к сигналам с бесконечной энергией.

Во временном пространстве энергия сигналов первого класса определяется по выражению:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

В частотном пространстве для характеристики распределения энергии сигнала по спектру вводится понятие спектральной плотности энергии.

Спектр энергии - вещественная неотрицательная четная функция, определяется как квадрат модуля спектра сигнала:

$$W(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} | X(\omega) |^2 \, d\omega$$

Энергетический спектр не содержит фазовой информации о частотных составляющих. Это означает, что сигналы с различными фазовыми характеристиками могут иметь одинаковые спектры энергии.

Так как временное и частотное представления по существу только разные математические отображения одного и того же сигнала, то равной должна быть и энергия сигнала в двух представлениях, откуда следует:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(\omega)|^2 d\omega,$$

т.е. энергия сигнала равна интегралу модуля его частотного спектра - сумме энергий всех частотных составляющих сигнала. Это равенство называется равенством Парсеваля.

Автокорреляционная функция сигналов

При анализе сигналов на практике возникает потребность в сравнении сигналов, сдвинутых во времени. Примером могут служить сигналы импульсного радиолокатора, принцип работы которого основан на задержке τ во времени между зондирующим $x(t)$ и принятым $x(t-\tau)$ сигналами. Измерив задержку τ, определяют дальность до цели. К числу главных задач следует отнести и определение скорости изменения сигнала во времени без разложения его на элементарные составляющие и др.

Для решения задач такого типа используется характеристика квазидетерминированного сигнала, называемая автокорреляционной функцией (АКФ). АКФ дает возможность количественно определить степень отличия сигнала x(t) от смещенной во времени копии x(t-τ) и равна скалярному произведению сигнала и копии:

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau)dt.$$

При τ=0 АКФ становится максимальной и равной энергии сигнала:

$$R_x(0) = E_x .$$

АКФ обладает свойством четности: $R_x(\tau) = R_x(-\tau)$;

Следовательно, АКФ представляется кривой с центральным всегда положительным максимумом, имеющей монотонно убывающий либо колебательный характер.

Для примера определим АКФ прямоугольного импульса с амплитудой X_m длительностью $\tau_и$. Данный импульс и его "копия", сдвинутая во времени в сторону запаздывания на τ , показаны на рисунке 8а.

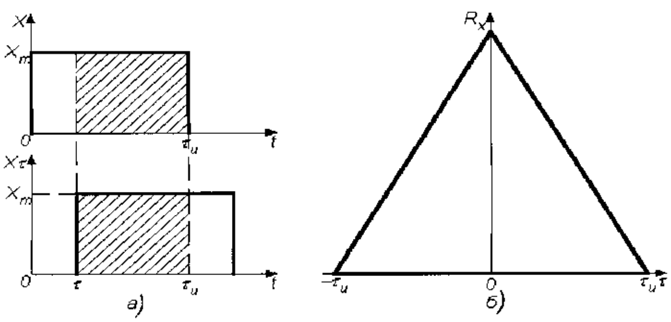

Рисунок 8 - Нахождение АКФ прямоугольного импульса:

а – прямоугольный импульс и его «копия»; б – АКФ прямоугольного импульса

Интеграл вычисляется на основе графического построения: x(t)·x(t-τ) отлично от нуля лишь в пределах изменения времени, при котором имеет место наложение сигналов (заштрихованные части графика), что соответствует интервалу времени $\tau_и$-|τ|.

Исходя из этого, можно записать

$$R_x(\tau) = \begin{cases} X_m^2 \tau \left(1 - \dfrac{|\tau|}{\tau_u}\right), |\tau| \le \tau_u ; \\ 0, |\tau| > \tau_u . \end{cases}$$

График $R_0(\tau)$ – треугольник, у которого основание в два раза больше длительности импульса.

В ряде случаев при анализе сигналов пользуются их взаимокорреляционной функцией (ВКФ), которая описывает как различия формы сигналов, так и взаимное расположение на оси времени. ВКФ двух сигналов x(t) и y(t) является их скалярное произведение:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-\tau)dt.$$

Лекция 4

Классификация случайных сигналов

В отличие от детерминированных сигналов значения случайных сигналов в произвольные моменты времени не могут быть вычислены. Они могут быть только предсказаны в определенном диапазоне значений с определенной вероятностью, меньшей единицы. Количественные характеристики случайных сигналов, позволяющие производить их оценку и сравнение, называют статистическими.

В процессе измерений обычно приходится иметь дело с тремя типами сигналов, описываемых методами статистики.

Во-первых, это информационные сигналы, отображающие физические процессы, вероятностные по своей природе, как, например, акты регистрации частиц ионизирующих излучения при распаде радионуклидов.

Во-вторых, информационные сигналы, зависимые от определенных параметров физических процессов или объектов, значения которых заранее неизвестны, и которые обычно подлежат определению по данным информационным сигналам.

В-третьих, это шумы и помехи, хаотически изменяющиеся во времени, которые сопутствуют информационным сигналам, но, как правило, статистически независимы от них как по своим значениям, так и по изменениям во времени.

Случайные сигналы, изменяющиеся во времени, принято называть случайными процессами.

Классификация случайных процессов приведена на рисунке 8.

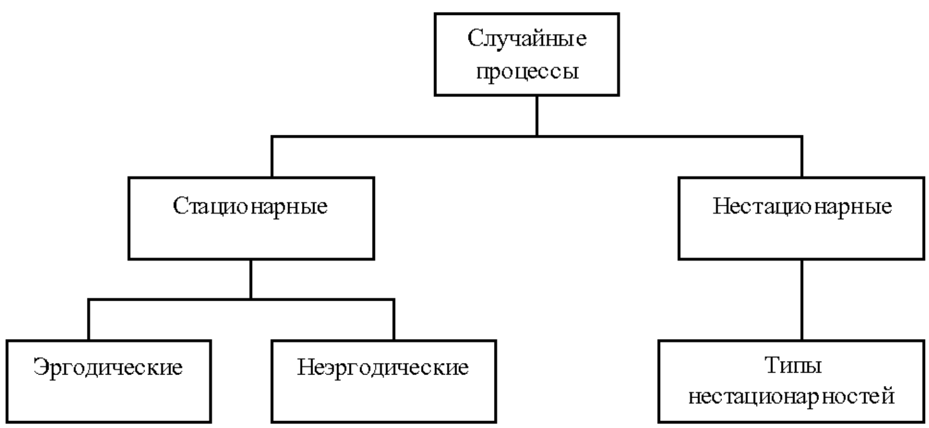

Рисунок 9 - Классификация случайных процессов

При регистрации случайного процесса на определенном временном интервале осуществляется фиксирование единичной реализации $x_k(t)$ (рисунок 10) из бесчисленного числа возможных реализаций процесса Xn(t). Эта единичная реализация называется **выборочной функцией** случайного процесса X(t). Совокупность всех выборочных функций образует случайный или стохастический процесс.

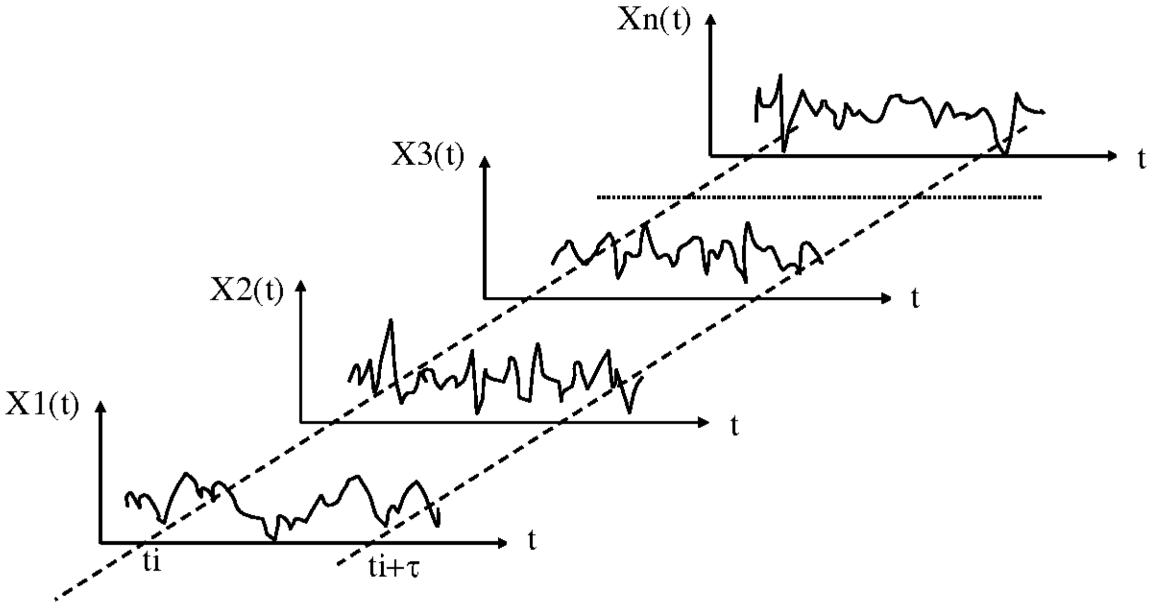

Рисунок 10 – Случайный процесс как совокупность выборочных реализаций

Случайные процессы делятся на стационарные и нестационарные. Стационарные процессы могут быть эргодические и неэргодические. Дальнейшая классификация нестационарных процессов проводится по особенностям их нестационарности. Рассмотрим более подробно содержание и физический смысл всех этих понятий.

Стационарные случайные процессы

Если физическое явление описывается случайным процессом, то свойства этого явления можно оценить в любой момент времени путем усреднения по совокупности или ансамблю выборочных функций, образующих случайный процесс.

Например, среднее значение (первый момент) случайного процесса на рисунке 10 в момент времени t1 можно вычислить, сложив мгновенные значения всех выборочных функций в момент времени t1 и разделив на число выборочных функций:

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} X_k(t_1)$$

Автокорреляционная функция значений случайного процесса в два различных момента времени также вычисляется путем усреднения по ансамблю мгновенных значений процесса в моменты времени t1 и t1+τ:

$$R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} x_k(t_1) x_k(t_1 + \tau)$$

В случае, когда $\mu_x(t_1)$ и $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$ не зависят от момента времени t1, случайный процесс считается стационарным.

Эргодические случайные процессы

В большинстве случаев характеристики стационарного случайного процеса можно вычислить, усредняя по времени в пределах отдельных выборочных функций, входящих в ансамбль. Например, среднее значение

$\mu_x(k)$ и ковариационная функция $R_{xx}(\tau,k)$ вычисленные по к-той реализации процесса, изображенного на рисунке 10, равны:

$$\mu_x(k) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T X_k(t)dt$$

$$R_{xx}(\tau,k) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T X_k(t)X_k(t+\tau)dt$$

Если случайный процесс стационарен, а $\mu_x(k)$ и $R_{xx}(\tau,k)$, вычисленные по различным реализациям, совпадают, то случайный процесс называется эргодическим. Для эргодических процессов статистические характеристики, вычисленные усреднением по времени, равны аналогичным характеристикам, вычисленным по ансамблю, т.е.

$$\mu_x(k) = \mu_ч \text{ и } R_{xx}(\tau,k) = R_{xx}(\tau)$$

Нестационарными и неэргодическими называются процессы, в которых вышеописанные условия не выполняются.

Статистические характеристики случайных процессов

Случайный процесс X(t) на рисунке 10 задан ансамблем реализаций $\{x_1(t),\ x_2(t),\ldots\ x_k(t),\ldots\}$. В произвольный момент времени t_i зафиксируем значения всех реализаций $\{x_1(t_1),\ x_2(t_1),\ldots\ x_k(t_1),\ldots\}$. Совокупность этих значений представляет собой случайную величину $X(t_i)$ и является одномерным сечением случайного процесса X(t).

Тогда **одномерная функция распределения вероятностей** в сечении t_i определяет вероятность того, что в момент времени t_i значение случайной величины $X(t_i)$ не превысит значения x:

$$F(x,t_i) = P\{X(t_i) \le x\}.$$

Полной статистической характеристикой такой системы является N-мерная плотность вероятностей $p(x_n;t_n)$.

Одномерная плотность вероятностей p(x,t) случайного процесса X(t) характеризует распределение вероятностей реализации случайной величины $X(t_i)$ в произвольный момент времени t_i. Она представляет собой производную от функции распределения вероятностей:

$$p(x,t_i) = dF(x,t_i)/dx.$$

Математическое ожидание представляет собой *статистическое усреднение* случайной величины $X(t_i)$, под которым понимают усреднение по ансамблю реализаций в каком либо фиксированном сечении t_i случайного процесса. Соответственно, функция математического ожидания является теоретической оценкой среднего взвешенного значения случайного процесса по временной оси:

$$m_x(t) \equiv M\{X(t)\} \equiv \overline{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} x\ p(x;t)\ dx,$$

Математическое ожидание $m_x(t)$ представляет собой **неслучайную составляющую** случайного процесса X(t).

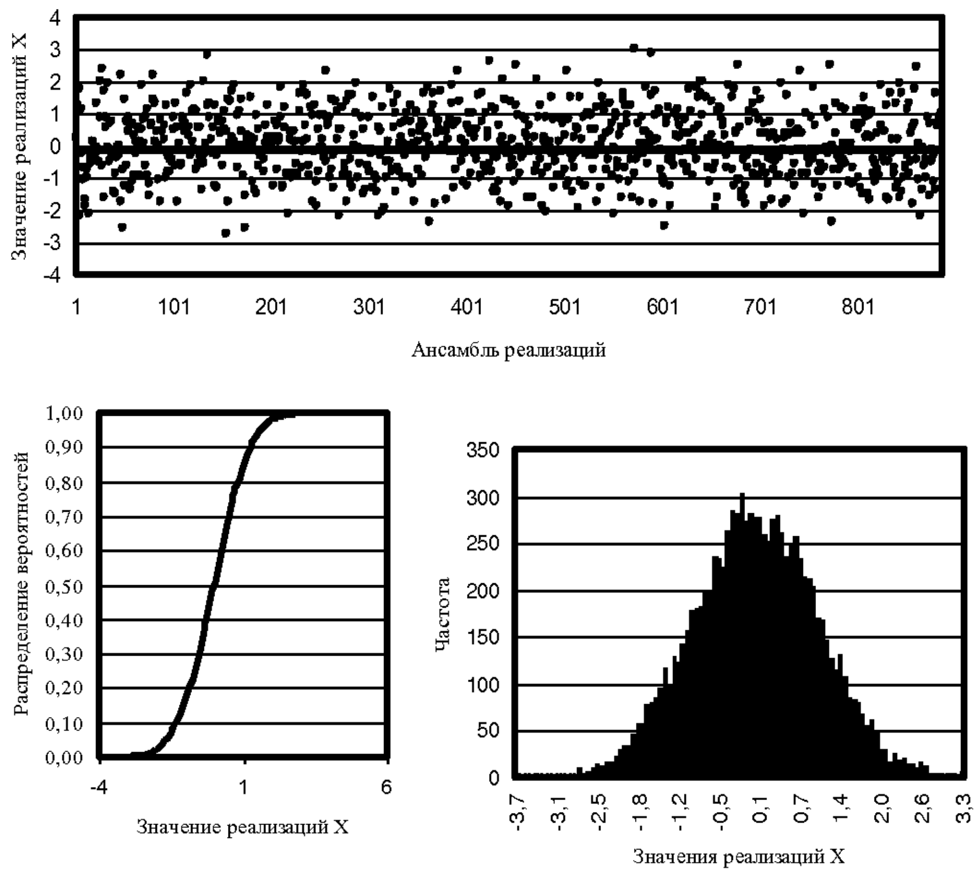

Рисунок 11 – Случайный процесс и соответствующие ему одномерная функция распределения и одномерная плотность в определенный момент времени

Функция дисперсии случайного процесса является теоретической оценкой среднего взвешенного значения разности $X(t)$-$m_x(t)$, которая называется **флюктуационной** *частью* процесса:

$$D_x(t) = M\{[X(t)-m_x(t)]^2\} = M\{X^2(t)\} - m_x^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [x_o(t)]^2\, p(x;t)\, dx,$$

$$x_o(t) = x(t)-m_x(t).$$

Функция среднего квадратического отклонения служит амплитудной мерой разброса значений случайного процесса по временной оси относительно математического ожидания процесса:

$$\sigma_x(t)=\sqrt{D_x(t)}\ .$$

Лекция 5

Автокорреляционная функция случайного процесса находится усреднением произведения двух мгновенных значений флюктуационной составляющей сигнала при временном сдвиге τ:

$$R_x(\tau) = M\{x(t) - M_1[x(t)]\} \cdot M\{x(t+\tau) - M_1[x(t)]\} =$$

$$= M\left\{x(t)x(t+\tau) - M_1^2[x(t)]\right\} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)x(t+\tau)dt - M_1^2[x(t)].$$

Для центрированных значений $\dot{x}(t)$, $\dot{x}(t+\tau)$ АКФ имеет вид

$$R_x(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \dot{x}(t)\dot{x}(t+\tau)dt,$$

где $\dot{x}(t) = x(t) - M_1[x(t)]$, $\dot{x}(t+\tau) = x(t+\tau) - M_1[x(t)]$.

Итак, автокорреляционная функция эргодического стационарного сигнала отражает степень линейной стохастической связи значений сигнала в данный момент времени от его значений в другие моменты.

Коэффициентом корреляции центрированного сигнала $r_x(\tau)$ называется отношение

$$\rho_x(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{R_x(0)} = \frac{R_x(\tau)}{D[x(t)]}.$$

АКФ различных сигналов имеет ряд особенностей, использование которых позволяет идентифицировать исследуемый случайный сигнал. Рассмотрим некоторые примеры (рисунок 12).

Как видно, АКФ гармонического сигнала является гармонической косинусоидой с частотой ω_0, равной частоте гармонического сигнала:

$$R_x(\tau) = \frac{x_m^2}{2}\cos\omega_0\tau .$$

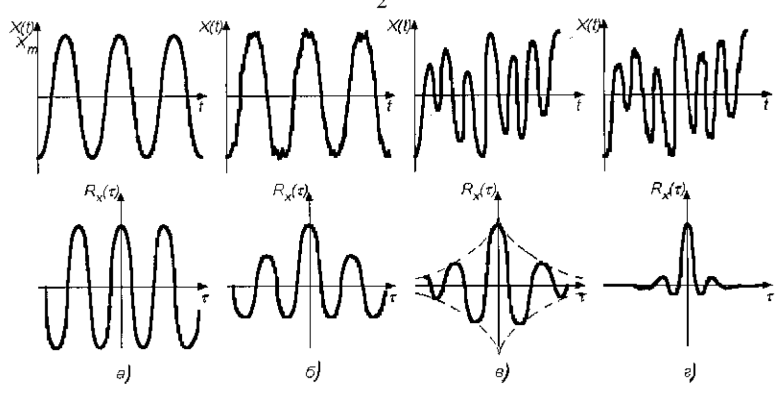

Рис. 2.14. Автокорреляционные функции некоторых сигналов:
а – гармонического, *б* – суммы гармонического и случайного, *в* – узкополосного случайного шума, *г* – широкополосного случайного шума

АКФ смеси гармонического и случайного сигналов представляет сумму их АКФ, имеет крутой пик при τ_0 и является незатухающей гармонической функцией. АКФ узкополосного случайного сигнала представляет собой медленно затухающую периодическую функцию. АКФ широкополосного случайного сигнала с нулевым средним значением представляет собой крутой пик при τ_0, который затем затухает. Чем медленнее, плавнее во времени изменяется случайный сигнал, тем больше промежуток времени τ, в пределах которого наблюдается стохастическая связь между мгновенными значениями случайной функции. И, наоборот, АКФ быстро и резко изменяющегося широкополосного случайного сигнала быстро затухает. В предельном случае широкополосный случайный сигнал, называемый «белым шумом», имеет АКФ в виде δ-функции при $\tau=0$ и равную нулю при $\tau\neq 0$.

Спектральные характеристики случайного процесса описывают его частотные свойства.

Спектральное представление случайного сигнала осуществляется с помощью преобразования Фурье

$$x_k(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X_k(\omega) e^{j\omega t} d\omega ,$$

где $x_k(t)$ – отдельно взятая реализация стационарного случайного процесса, $x(t)$ с нулевым математическим ожиданием $M_1[x(t)]=0$,

$X_k(\omega)$ – спектральная плотность.

Реализация $x_k(t)$ есть детерминированная функция, ей соответствует детерминированная спектральная плотность $X_k(\omega)$.

В описании ансамбля реализаций спектральные плотности $X_k(\omega)$ являются случайными функциями частоты. Т.е. случайный процесс в частотной области можно рассматривать как следствие случайного процесса во временной области.

АКФ и спектр мощности стационарного случайного сигнала связаны между собой преобразованием Фурье. Поэтому

$$W_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau .$$

Следствием этого является формула:

$$M_2[x(t)] = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty} W_x(\omega) d\omega .$$

которая означает, что среднее значение квадрата сигнала равно суммарной площади под кривой спектральной плотности как функции частоты.

Спектральная плотность мощности сигнала дает возможность определить его частотную структуру, доминирующую частотную область, а также проводить идентификацию исследуемых сигналов.

Квантование и дискретизация сигналов
Квантованные сигналы

Квантованные величины и сигналы находят широкое применение в цифровых измерительных устройствах. Процесс формирования таких величин и сигналов – квантование, является составной частью измерительных преобразований, одной из наиболее ответственных операций процесса измерения.

Квантование по уровню представляет собой преобразование множества значений непрерывной величины x или непрерывного сигнала $x(t_i)$ в дискретное множество значений x_N или $x_{кв}(t_i)$, где $N=0,1,2...m\text{-}1$; $i=0,1,2...N$.

Процесс квантования связан с округлением значений непрерывной величины или сигнала в соответствии с принятым решающим правилом (например, отнесения к нижней, верхней границе разрешенного значения уровня квантования или к ее середине).

Если диапазон $x_д=x_{max}\text{-}x_{min}$ возможных значений непрерывной величины x разбивается на N равных частей квантования с границами $x_0=x_{min}$, $x_1,x_2,\ldots x_N=x_{max}$ (рисунок 12), то квантование равномерное.

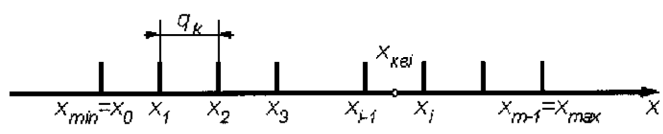

Рисунок 12 - Равномерное квантование по уровню

Длина каждого интервала квантования называется ступенью или шагом квантования: $q_k = x_i - x_{i-1}; i = 1,2...m$.

При равномерном квантовании $q=const$.

Если $q \neq const$, квантование неравномерное (применяется при измерениях значительно реже, чем равномерное). В результате квантования любое из значений x, принадлежащих интервалу $[x_{i-1}, x_i]$, округляется до некоторой величины $x_{кв\,i} \in [x_{i-1}, x_i]$.

Квантованный сигнал с равномерными и неравномерными ступенями квантования показан на рисунке 13.

Характерной особенностью квантования является методическая погрешность Δ_k преобразования. При этом максимальное значение погрешности зависит от принятого способа отождествления сигнала с ближайшим с ближайшим меньшим или большим уровнем квантования.

Погрешность квантования равна разности значения, соответствующего уровню квантования $x_{кв}$ и истинного значения сигнала $x(t_i)$:

$$\Delta x_{кв}=x_{кв}\text{-}x(t_i).$$

На рисунке 14 показаны два варианта сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Для сигнала $x_1(t)$ значение $x_i(t_j)$ сигнала принимают равным уровню x_k, для второго сигнала - равным $x_{k\text{-}1}$.

Тогда для первого способа максимальная погрешность

$$|\Delta x_{кв}|_{max}=max[x_{кв}\text{-}x(t_i)]=q_k;$$

а при втором способе максимальная погрешность квантования не превышает $0.5q_k$.

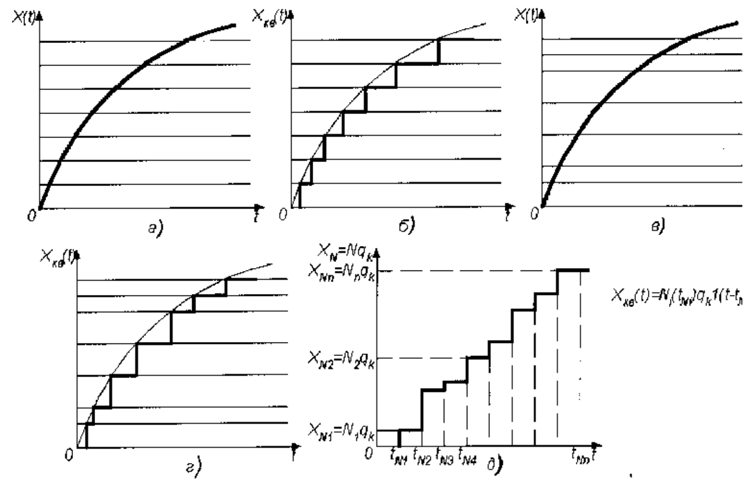

Рисунок 13 - Квантование аналоговых сигналов: *а, б* – с равномерными ступенями;
в, г – с неравномерными ступенями; *д* – квантование известной величины на выходе регулируемой меры

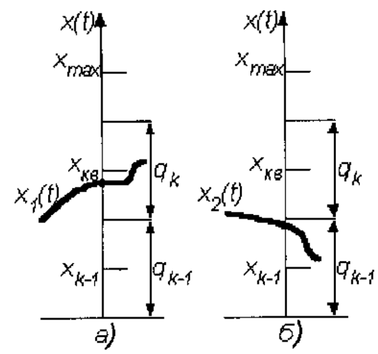

Рисунок 14 - Квантование сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$: *а* – сигнал $x_1(t)$ отождествляется с ближайшим уровнем квантования; *б* – сигнал $x_2(t)$ отождествляется с ближайшим меньшим (или большим) уровнем квантования

Дискретизованные сигналы

Дискретизированными называют сигналы, представленные функцией дискретного времени (или пространства) в виде совокупности отсчетов мгновенных значений непрерывной функции, взятых в определенные дискретные моменты времени.

Соответственно, дискретизацией называется процесс перехода от функции непрерывного времени $x(t)$ в функцию дискретного времени $x(t_i)$ (рисунок 15) по отсчетам которой можно восстановить новую непрерывную функцию $x_{вос}(t)$, воспроизводящую исходную с заданной точностью

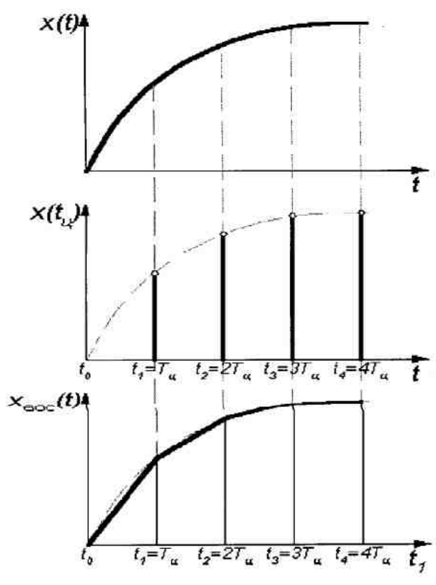

Рисунок 15 – Процесс дискретизации

В соответствии с этим идеальный дискретизированный сигнал $x_д(kT_ц)$ представляется последовательностью импульсов нулевой длительности, площадь которых равна ординатам сигнала $x(t)$ в моменты $kT_ц$ $(k=1,2,3\ldots)$:

$$x_д(kT_ц) = \sum_{k=1}^{n} x(t_k)\delta(t - kT_ц),$$

а квантованный дискретизированный сигнал - последовательностью численных значений $N_x(kT_ц)$, воздействующими в течение минимально короткого времени:

$$x_{кд}(kT_ц) = \sum_{k=1}^{n} N_x(kT_ц) q_k \delta(t - kt_ц).$$

Дискретизация может производиться равномерно, т.е. с постоянным шагом $T_ц=const$, и неравномерно – с переменным шагом $T_ц=var$.

Выбор частоты дискретизации обусловлен следующими положениями.

Из теории сигналов следует, что спектр дискретного сигнала представляет собой **непрерывную периодическую функцию** с частотой F, совпадающую со спектром непрерывного сигнала x(t) в пределах центрального периода от $-f_N$ до f_N, где $f_N = 1/2t = F/2$. Частоту f_N называют частотой Найквиста.

Для того чтобы периодическое повторение спектра, вызванное дискретизацией аналогового сигнала, не изменяло спектр в главном частотном диапазоне (по отношению к спектру исходного аналогового сигнала), необходимо и достаточно, чтобы максимальные частотные составляющие f_{max} в спектре аналогового сигнала не превышали частоты Найквиста ($f_{max} \le f_N = F/2$).

Это означает, что частота дискретизации сигнала должна быть минимум в два раза выше максимальной частотной составляющей в спектре сигнала:

$$F = 1/t \ge 2f_{max},$$

Теорема Котельникова-Найквиста-Шеннона: если сигнал таков, что его спектр ограничен частотой F, то после дискретизации сигнала с частотой не менее 2F можно восстановить исходный непрерывный сигнал по полученному цифровому сигналу абсолютно точно.

Лекция 6

Показатели качества измерительных устройств

О качестве измерительного устройства можно судить по тому, насколько полно реализуется цель измерения – получение информации об объекте измерения. Т.е. количественное определение понятия «качество» формально совпадает с понятием полной погрешности измерительных устройств.

Обобщенными показателями, достаточно полно характеризующими качество измерительных устройств, считаются:

предел допускаемой погрешности $\Delta_{ПД}$;

ресурс времени эксплуатации T;

допуск на долговечность ε;

ограничения Γ_1 , накладываемые на ряд показателей (физических, вычислительных, конструктивных и др).

Характеристики средств измерений, оказывающие определяющее влияние на их показатели качества (метрологические характеристики) разделяются на шесть групп:

- характеристики для определения результатов измерения;
- характеристики погрешностей средств измерений;
- характеристики чувствительности средств измерений к влияющим величинам (функции влияния);
- динамические характеристики;
- характеристики влияния взаимодействия средства и объекта измерений;
- неинформативные параметры выходных сигналов средств измерения.

К первой группе относятся функции преобразования звеньев измерительной цепи и всего измерительного устройства, цена деления шкалы или единицы наименьшего разряда кода, в котором представляется результат измерения; вид выходного кода и число разрядов кода.

Функция преобразования $y=f(x)$ (статическая характеристика преобразования) – функциональная зависимость между информативными параметрами выходного и входного сигналов средства измерений.

Функцию преобразования, устанавливаемую в научно-технической документации на данное средство, называют **номинальной** функцией преобразования.

В результате дифференцирования функции преобразования получаем чувствительность (S) средства измерений, т.е. предел отношения приращения выходного сигнала Δy средства измерений к вызвавшему его изменению входного сигнала Δx, т.е.

$$S = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}.$$

Если функция преобразования нелинейная, чувствительность зависит от x, если линейная – постоянна. В первом случае шкала измерительного прибора – неравномерная (длина деления шкалы неодинаковая); во втором – равномерная (длина всех делений шкалы одинаковая).

Ценой деления шкалы измерительного прибора называется разность значений величины, соответствующих двум соседним отметкам шкалы для аналоговых средств измерений, и цена единицы младшего разряда цифрового отсчетного устройства, вид выходного кода (двоичный, двоично-десятичный) и число разрядов кода для цифровых.

Метрологические характеристики **второй группы** являются характеристиками основной погрешности.

В практической метрологии под погрешностью средства измерения понимают погрешность результата измерения, полученную при его использовании в установленных условиях. К ним относятся характеристики систематической и случайной составляющей от вариации выходного сигнала. Причем, значение систематической погрешности для каждого конкретного экземпляра средства измерения также будет случайным, что объясняет применение в этом случае статистических характеристик.

К числу характеристик погрешностей средств измерений отнесены и пределы допускаемых значений погрешности с установленной доверительной вероятностью.

Метрологические характеристики **третьей группы** характеризуют чувствительность средств измерений к влияющим величинам (температура, давление, механические вибрации, колебания тока и частоты и т.д.).

Все вышерассмотренные метрологические характеристики отражают статические свойства средства измерений, проявляемые при статическом режиме его работы, т.е. когда выходной сигнал средства считается неизменным при измерении.

Если средство измерений работает в режиме, при котором входной сигнал изменяется во времени (в динамическом режиме), то его инерционные свойства описываются **динамическими характеристиками**.

Метрологические характеристики этой группы описывают зависимость выходного сигнала средства измерений от меняющихся во времени величин:

параметров входного сигнала,

внешних влияющих величин,

нагрузки.

Динамические свойства средства измерений определяют динамическую погрешность. В зависимости от полноты описания динамических свойств средств измерений различают полные и частные динамические характеристики.

К **полным динамическим характеристикам** относят:

переходную характеристику,

импульсную переходную характеристику,

амплитудно-фазовую характеристику,

совокупность амплитудно-частотной и фазово-частотной характеристик,

передаточную функцию.

Частная динамическая характеристика не отражает полностью динамических свойств средства измерений. Если аналоговое средство измерения считается линейным, то его частными динамическими характеристиками могут быть:

время реакции средства измерений (время установления показаний),

постоянная времени,

частота собственных колебаний,

коэффициент демпфирования (степень успокоения).

К динамическим характеристикам относят и погрешность датирования отсчета, которая равна разности между тем моментом времени, с которым соотносится полученный результат измерения, и фактическим моментом времени, для которого проведено измерение. Из-за погрешности датирования, например, появляется составляющая погрешности, вносимая процессором в результат измерения.

Пятая группа метрологических характеристик – характеристики взаимодействия средства и объекта измерения – представляется входным и выходным полным сопротивлением. С учетом их значений при электрических измерениях могут быть оценены характеристики погрешностей результатов измерения для установленных диапазонов значений полных сопротивлений подключаемых устройств.

Шестая группа характеристик, называемых неметрологическими характеристиками, определяет допустимые диапазоны значений тех параметров выходного сигнала, которые, не будучи непосредственно связаны с измеряемой величиной, могут влиять на точность измерений.

Например, если информативным параметром является частота импульсов, то для обеспечения установленной точности могут быть предъявлены требования к амплитуде и форме импульсов. Рассмотренные метрологические характеристики нормируются стандартом.

Для описания свойств средств измерений используются и другие неметрологические характеристики:

показатели надежности,

время установления рабочего режима,

устойчивость к климатическим воздействиям и др.

Применительно к средствам измерений лучше подходит понятие **метрологическая надежность** – свойство средства измерений сохранять его метрологическую исправность в течение заданного интервала времени, т.е. сохранять соответствие нормируемых метрологических характеристик установленным нормам. С понятием метрологической надежности связывается понятие **метрологический отказ** средства измерений – выход метрологической характеристики за установленные нормы. Различают внезапный отказ, когда средство измерений полностью теряет свою работоспособность, и постоянный отказ, когда с течением времени метрологические характеристики выходят за допустимые пределы.

Показателями надежности являются:

безотказность,

ремонтопригодность (для восстанавливаемых средств измерений),

долговечность.

В качестве показателя безотказности устанавливают наработку на отказ. Под наработкой понимают продолжительность работы средства, а под наработкой на отказ – отношение наработки к числу отказов в течение этой наработки. В качестве показателя долговечности принят средний срок службы или средний ресурс – соответственно календарная продолжительность эксплуатации средства и его наработка от ее начала до наступления такого предельного состояния, при котором дальнейшая эксплуатация средства должна быть прекращена.

Показателем ремонтопригодности является среднее время восстановления средства.

Лекция 7

Задачи оптимизации и критерии оптимальности измерительных устройств

Цель измерения – получение информации об объекте измерения с помощью средств измерения. Степень достижения этой цели, следовательно, зависит от достоверности получаемой информации и от качества используемых для этого технических средств.

Оптимизация - это выбор наилучшего (оптимального) варианта из множества возможных. Для раскрытия связи между измерением и оптимизацией рассмотрим эти процессы отдельно.

Измерения можно осуществлять по двум обобщенным алгоритмам.

Первый алгоритм предполагает, что имеется скалярная физическая величина $\tilde{a}$, значение которой неизвестно, а также величина той же физической природы a, которая может принимать произвольные, но известные значения. Обе величины принадлежат одному диапазону А.

Необходимо, варьируя a и сравнивая ее с $\tilde{a}$, выбрать с помощью устройства управления U $a^* = \tilde{a}$. Уравнение измерений в этом случае будет иметь вид:

$$a^* = \arg \min_{a \in A} \rho\left(\left|\tilde{a} - a\right|\right),$$

означающий, что результат измерения a^* находится как значение аргумента функции $\rho\left(\left|\tilde{a} - a\right|\right)$, которое соответствует минимуму этой функции.

Второй алгоритм предполагает: заданы фиксированный объект $x^\circ \in X$ и база данных M; необходимо, сравнивая x° с объектом $m \in M$, выбрать из множества M модель m^*, наиболее близкую к x°. Уравнение измерения для такого варианта имеет вид:

$$m^* = \arg \min_{m \in M} r(x^\circ, m),$$

Процесс измерения $m \in M$ представлен схемой, показанной на рисунке 16

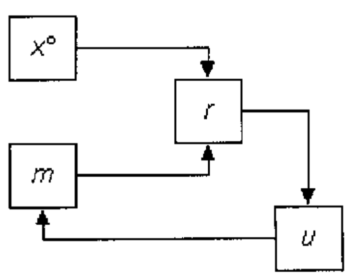

Рисунок 16 – Структурная схема измерения

Первый вариант задачи измерения, является частным случаем второго.

Для **сопоставления** задач измерения и оптимизации применим второй вариант, так как он предполагает математическое описание исследуемого объекта, т.е. модели, достаточно адекватной исследуемому объекту.

При **оптимизации** задается фиксированная модель m°, отождествляемая с некоторым предписанием (алгоритмом, проектом, чертежом, технологическим документом и т.д.), и допустимое множество X состоянии объекта x.

Необходимо сравнить x с m° и на основании результатов сравнения путем воздействия на объект с помощью устройства управления U, перевести его в состояние x^*, наиболее близкое к m° по заданному критерию сравнения r, что можно выразить как:

$$x^* = \arg\min_{x \in X} r(x, m^\circ).$$

Процесс оптимизации представлен схемой, показанной на рисунке 17.

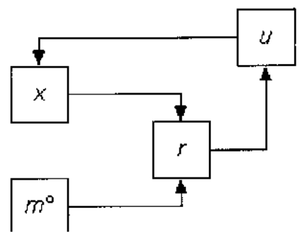

Рисунок 17 – Структурная схема оптимизации

Таким образом, в процессе измерения проводится управление моделью, а в процессе оптимизации – объектом при неизменных x° и m° , соответственно. При оптимизации минимизируется различие между текущим состоянием объекта и фиксированным (заданным) состоянием, описываемым моделью m°.

В результате измерения мы как бы отождествляем текущее состояние объекта с его моделью (совокупностью характеристик, результатом измерения), соответствующей данному моменту.

Учитывая это, **связь** задач оптимизации и измерения может быть представлена выражением

$$x^* = \arg\min_{x \in X} r\left[m^*(x), m^\circ\right] = \arg\min_{x \in X} r\left[\arg\min_{m \in M} r(x, m), m^\circ\right],$$

где $m^*(x) = \arg\min_{m \in M} (x, m)$ – текущее состояние объекта (результат измерения), изменяющееся за счет управления объектом.

Примером может служить процесс обработки детали на металлорежущем станке. Объектом x является обрабатываемая деталь, моделью m° – чертеж детали, измерительная система – соответствующий измерительный прибор (микрометрический, штанген-инструменты и пр.).

Регулируют подачу обрабатывающего инструмента (управление объектом U) в зависимости от соответствия фактических размеров детали (результат измерения) и размеров, указанных на чертеже. Степень достижения поставленной цели при прочих равных условиях, характеризуемая величиной $r(x^*, m^0)$, зависит от точности измерений.

Точность измерения в свою очередь предопределяет **оптимизацию измерительных систем**, т.е. выбор системы управления или технических решений, обеспечивающих минимальное значение полной погрешности измерительных систем.

Задачу оптимизации средств измерений, можно рассматривать как задачу управления качеством, обобщенными показателями которого являются: предел допускаемой погрешности $\Delta_{ПД}$; ресурс времени эксплуатации T; допуск на долговечность ε; ограничения Γ_l, накладываемые на ряд показателей (физических, вычислительных, конструктивных и др). К ним обычно добавляется показатель C – «стоимость» – условная величина, характеризующая затраты производственных ресурсов.

Множество допустимых вариантов управления может быть представлено в виде

$$U = \{u_i \varphi_i(U) \le \Gamma_l,\},$$

где $\varphi_i(U)$ – ограничения, связанные либо с законами природы, которые невозможно нарушить (физическая реализуемость системы), либо с затратой ресурсов, которые нежелательно превзойти, таких например, как стоимость измерительной системы, время наблюдения, потребляемая мощность, габариты, масса.

После наложения этих ограничений задачей оптимального управления является обеспечение экстремума одного «свободного» показателя при фиксированном состоянии остальных трех. В соответствии с этим можно записать выражения четырех видов критериев оптимальности:

критерий вероятности выполнения задачи («P-критерий»)

$$\left.\begin{array}{l} u^*_{опт} = \arg \max\limits_{u \in U} P(u) \\ \Delta_{пд}, T, C = const \end{array}\right\},$$

т.е. вероятность выполнения задачи измерения должна быть больше или равна допуску на долговечность $P(u^*_{окт}) \ge \varepsilon$,

критерий точности («Δ-критерий»)

$$\left.\begin{array}{l} u^*_{\Delta опт} = \arg \min \Delta_{пд}(u) \\ \varepsilon, T, C = const \end{array}\right\};$$

критерий долговечности («T-критерий»)

$$\left.\begin{array}{l} u^*_{окт} = \arg \max T(u) \\ \varepsilon, \Delta_{пд}, C = const \end{array}\right\};$$

критерий стоимости («C-критерий»)

$$\left.\begin{array}{l} u^*_{окт} = \arg \min C(u) \\ \varepsilon, \Delta_{пд}, T = const \end{array}\right\}.$$

Лекция 8

Влияние на результат измерений неконтролируемых воздействий

Помехи и возмущения

Помехами называют физические процессы, обычно однородные с входными или промежуточными сигналами, и вызывающими появление погрешности. К помехам не следует причислять всевозможные искажения полезного сигнала нелинейными преобразованиями и другими подобного рода факторами.

Помехи классифицируют по источникам их возникновения, по среде распространения, энергетическому спектру, по характеру воздействия на измерительный сигнал, по вероятностным характеристикам и другим признакам.

Источники помех бывают внутренние и внешние. Внутренние включают в себя источники шумов, возникающих в измерительных устройствах от температуры, гальванического взаимодействия в местах соединений участков цепи, от теплового шума в источниках полезных сигналов.

Тепловые шумы возникают из-за теплового движения заряженных частиц в элементах электрических цепей и дробового эффекта в электронных приборах.

На низких частотах во многих, совершенно различных элементах электронных приборов, начиная примерно с 1 кГц, проявляется фликкерный шум. Внешние помехи возникают от источников шумов искусственного и естественного происхождения.

К искусственным источникам помех (т.н.индустриальных помех), относятся двигатели, переключатели, генераторы сигналов различной формы и т.д. Естественными источниками помех являются молнии, всплески солнечной энергии и т.д.

Проникновение помех в измерительное устройство может проходить по двум путям.

Первый путь – по проводам, проходящим к измерительному устройству через «зашумленное» пространство. Помеха наводится на проводах, и по ним поступает на элементы и узлы прибора.

Второй путь проникновения – через общий элемент, связывающий элементы измерительного устройства, например, через цепи питания.

Помехи проникают также в виде излучения электрических и магнитных полей, по различным причинам, возникающих на элементах и проводах (например, при протекании по ним электрических зарядов) измерительного устройства, а также от излучения внешних источников.

Электрические и магнитные поля различных источников помех вследствие наличия индуктивных, емкостных и резистивных связей создают на различных участках и цепях измерительного устройства паразитные разности потенциалов и токи, накладывающиеся на полезные сигналы.

По энергетическому спектру помехи делятся на:
флюктуационные,
импульсные и
периодические (сосредоточенные).

Флюктуационные помехи представляют хаотический, беспорядочный, непрерывный без существенных изменений во времени процесс в виде последовательности нерегулярных всплесков, параметры которых имеют случайный характер. Такой вид помехи часто называют шумовой помехой или шумом.

Спектр шумовой помехи широк и может заполнить всю полосу пропускания измерительного устройства.

Примерами флюктуационных помех является шумы датчиков, внутренние шумы усилительных элементов, шумы линий связи с датчиком и, шумы входных устройств измерительных преобразователей.

Считается, что флюктуационные помехи распределены по нормальному закону с нулевым средним и плотностью распределения:

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left[-\xi^2 \Big/ (2\sigma)^2 \right],$$

где σ^2 – дисперсия; ξ – текущее значение помехи.

Шумы оказывают существенное влияние только на цепи передачи сигналов низкого уровня.

Импульсные помехи проявляются либо в виде отдельных импульсов, либо в виде регулярной или хаотической последовательности импульсов, форма и параметры которых имеют случайный характер.

В цепях измерительных устройств импульсные помехи по форме совпадает с флюктуационными помехами. Это объясняется тем, что из-за ограниченности полосы пропускания цепей форма импульсных помех искажается.

Причинами появления импульсных помех являются резкие изменения тока и напряжения в промышленных и энергетических установках, транспортных средствах, а также природные электрические явления.

Распределение импульсных помех симметричное с произвольной плотностью распределения.

Периодические помехи – это помехи, вызванные периодическими низкочастотными или высокочастотными полями.

Если основная часть мощности периодических помех сосредоточена на отдельных участках диапазона частот, меньших полосы пропускания измерительного устройства, (например, на частоте напряжения промышленной сети или кратной этой частоте), то такие помехи называют сосредоточенными. Источниками такого рода помех является линии электропередач, силовые электроустановки и др.

В зависимости от характера воздействия на измерительный сигнал помехи разделяют на:
аддитивные и

мультипликативные.

Аддитивные (налагающиеся) внешние помехи характеризуются тем, что их действия накладывается на измерительный сигнал и соответственно на результат измерения. Возникающая при этом погрешность не зависит от значения измеряемой физической величины.

Примерами аддитивных помех могут, служить наложение на измерительный сигнал напряжения, наведенного переменным магнитным полем, и смещение нуля прибора.

Мультипликативными или деформирующими помехами называют помехи, влияющие на функцию преобразования измерительного устройства. Соответственно характеру воздействии помехи на измерительный сигнал разделяют аддитивную и мультипликативную составляющие погрешности измерения.

В связи с тем, что мультипликативные погрешности не возникают при проникновении помех во внутренние проводные линии связи, используемые в большинстве измерительных устройств, поддаются коррекции, а их воздействие можно свести к воздействию эквивалентной аддитивной помехи, обычно ограничиваются анализом влияния помехи на основные характеристики полезного сигнала при их аддитивном взаимодействии.

Рассмотрим три случая такого взаимодействия.

Первый случай – взаимодействуют квазидетерминированные сигнал x(t) и помеха $x_п(t)$. Суммарный сигнал: $x_\Sigma = x(t)+x_п(t)$. Если сигнал и помеха импульсные, то спектр суммарного сигнала:

$X_\Sigma(j\omega)=X(j\omega)+ X_п(j\omega)$,

где $X(j\omega)$, $X_п(j\omega)$ – спектры x (t) и $x_п(t)$.

Энергия суммарного сигнала

$$E_\Sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt = E_x + Ex_n + 2Exx_n = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt + \int_{-\infty}^{+\infty} x_n^2(t)dt +$$

$$+ 2\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x_n(t)dt$$

где $Exx_п$ – энергия взаимодействия сигнала и помехи.

Для ортогональных ($Exx_п$ =0) сигнала и помехи корреляционная функция

$$R_\Sigma(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_\Sigma(t)x_\Sigma(t-\tau)dt = R_{xx}(\tau) + Rx_n x_n(\tau)$$

Второй случай – взаимодействуют квазидетерминированный сигнал и случайная помеха.

Суммарный сигнал

$x_\Sigma(t)= x(t)+ x_п(t)$

может рассматриваться как нестационарный сигнал, у которого математическое ожидание изменяется во времени. Сигнал и помеха в этом случае взаимозависимы, а корреляционная функция суммарного сигнала

$R_{\Sigma}(\tau)=R_x(\tau)+Rx_п(\tau)$.

Если сигнал периодический, то $R_x(\tau)$ является периодической функцией, а $Rx_п(\infty)=0$.

Это может быть использовано для выделения периодического полезного сигнала из суммарного.

Третий случай – сигнал, и помеха являются случайными, суммарный сигнал

$(x_{\Sigma}(t)= (x(t)+ (x_п(t)$.

Корреляционная функция суммарного сигнала

$R_{\Sigma}(\tau)=R_{xx}(\tau)+Rx_пx_п(\tau)+Rxx_п(\tau)+Rx_пx(\tau)$.

Если $x(t)$ и $x_п(t)$ некоррелированы, то $Rxx_п\ (\tau)=0$ и $Rx_пx\ (\tau)=0$.

Тогда $R_{\Sigma}\ (\tau)=Rxx(\tau)+Rx_пx_п(\tau)$.

Энергетический спектр суммарного сигнала

$$W_{\Sigma}(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} R_{\Sigma}(\tau)e^{-j\omega t}d\tau = Wxx(\omega)+Wx_nx_n(\omega)+Wxx_n(\omega)+Wx_nx(\omega)$$

Лекция 9

Влияние изменений условий измерений на результат измерения

Наряду с помехами различного происхождения на результат измерения влияют изменения условий измерительного эксперимента (температуры, давления, влажности окружающего воздуха, параметров сетевого питания и др.).

Количественная взаимосвязь между выходными и входными параметрами объекта исследования описывается с помощью его математической модели. Для построения математической модели объекта в технических науках широко используется принцип «черного ящика», в основе которого, лежит представление исследуемого объекта в виде системы, структура которой скрыта от наблюдателя. Судить о функционировании такой системы можно только на основе анализа внешних воздействии и соответствующих им реакций системы. Структурная схема объекта исследования показана на рисунке 18. На ней показаны следующие группы параметров:

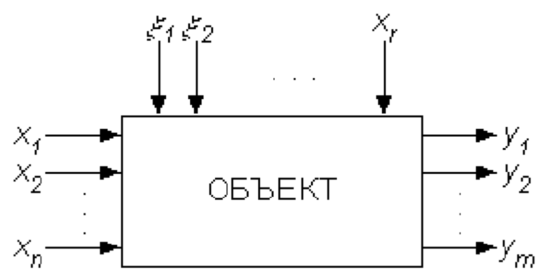

Рисунок 18 - Структурная схема объекта.

x_1, x_2, …x_n – параметры контролируемых воздействий, которые также часто называют управляющими (входными) или стимулирующими;

y_1, y_2, …y_n – параметры состояния (выходные);

ξ_1, ξ_2, …ξ_r – возмущающие (неконтролируемые) воздействия.

Управляющие параметры x_i представляют собой независимые переменные, которые можно изменять с целью управления выходными параметрами объекта.

При построении математической модели измерительной системы в качестве управляющих параметров могут быть приняты измеряемая величина, температура, давление, влажность окружающей среды, напряжение питания и т.п.

К параметрам состояния y_j относят контролируемые или вычисляемые параметры, характеризующие свойства объекта.

Если исследованию подлежит объект измерения, то параметрами состояния являются параметры физических величин, характеризующие свойства объекта.

В тех случаях, когда исследуется измерительная система, то к выходным параметрам относят результат измерения, параметры, характеризующие точность, быстродействие и другие свойства системы. Обычно рассматривается один параметр состояния.

Возмущающие воздействия $\xi_к$ относятся к неконтролируемым величинам. К ним относятся помехи различного происхождения, а также параметры той же природы, что и управляющие, но по каким либо причинам не поддающиеся управлению или контролю.

Возмущающие воздействия обычно проявляют себя как случайные величины или функции времени. В результате их влияния зависимость выходных параметров объекта от входных становится неоднозначной.

Обобщенная математическая модель объекта исследования может быть выражена через комплекс функций:

$$\begin{cases} y_1 = f_1(x_1, x_2 \ldots x_n) \\ y_2 = f_2(x_1, x_2 \ldots x_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_3 = f_3(x_1, x_2 \ldots x_n) \end{cases}$$

Совокупность допустимых значений x_1, x_2, $\ldots x_n$ можно представить как n-мерное пространство, в пределах которого существование объекта имеет практическую ценность. Применительно к задаче анализа объекта или процесса измерения такая совокупность и характеризует условия измерения. Сочетание $x_1, x_2 \ldots x_n$ представляет собой координату вектора n-мерного пространства, которому соответствуют значения y_j, являющиеся в свою очередь координатами m-мерного пространства.

При выборе математической модели измеряемого объекта необходимо учитывать **цель измерения**.

Например, если, желая измерить активное сопротивление резистора, включим его в высокочастотную цепь, мы совершим грубую ошибку, – появится погрешность измерения, обусловленная тем, что сопротивление резистора будет не омическим, а комплексным на рабочей частоте; будут влиять – поверхностный эффект, паразитные емкость и индуктивность.

Если заданы жесткие требования к стабильности характеристик цепи, необходимо учитывать изменения его параметров во времени (процесс старения) и под действием внешних условий применения (температура, влажности и т.п.).

Таким образом, одному и тому же исследуемому объекту мы ставим в соответствие ту или иную модель, исходя из условий применения и необходимой точности. В свою очередь это обусловливает необходимость наложения ограничений на состав и параметры условий, при которых проходит процесс измерения данного объекта.

Условия измерения разделяются на:
нормальные и
рабочие.

Нормальные условия измерения характеризуется совокупностью значений или областей значений влияющих величин, принимаемых за номинальные. Нормальные условия измерений устанавливаются в нормативно-технических документах на средства измерений конкретного вида или при их поверке. Значение влияющей величины, установленное в качестве номинального, называется нормальным значением этой величины. ГОСТ 8.395-80 регламентирует нормальные условия измерений при поверке. Устанавливается также область значений влияющей величины, под которой понимается область ее значений, в пределах которой изменением результата измерения под ее воздействием можно пренебречь в соответствии с установленными нормами точности.

Рабочими условиями измерений считают такую совокупность значений влияющих величин, которые не выходят за пределы рабочей области значений, нормирующих дополнительную погрешность или изменение показаний средства измерений.

Иногда используется понятие «Предельные условия применения», которое формулируется как «Условия измерений, характеризуемые экстремальными значениями измеряемой и влияющих величин, которые средство измерений может выдержать без разрушений и ухудшения его метрологических характеристик».

Итак, дополнительная погрешность является следствием отклонений влияющих величин от нормальных значений (нормальных областей значений).

Статическая характеристика преобразования средства измерений может быть представлена в виде

$$Y=F(x,\xi_1,\xi_2\ldots\xi_n),$$

где x – входная величина; $\xi_1,\xi_2\ldots\xi_n$ – влияющие величины. Используя эту зависимость можно вычислить изменение выходной величины ΔY

$$\Delta Y = \frac{\partial y}{\partial x}\Delta X + \frac{\partial y}{\partial \xi_1}\Delta \xi_1 + \frac{\partial y}{\partial \xi_2}\Delta \xi_2 + \cdots + \frac{\partial y}{\partial \xi_n}\cdot \Delta \xi_n,$$

где ΔX – изменение измеряемой величины; $\Delta\xi_1,\Delta\xi_2\ldots\Delta\xi_n$ – отклонения влияющих величин от нормальных значений при фиксированном значении x($\Delta X=0$).

Второй и последующие члены правой части является составляющими дополнительной погрешности, вызванной соответствующими отклонениями влияющих величин.

$\Delta\xi_1=(\xi_1-\xi_{1норм})$,

$\Delta\xi_2=(\xi_2-\xi_{2норм})$,

. . . .

$\Delta\xi_n=(\xi_n-\xi_{n\ норм})$.

где $\xi_{1норм}$, $\xi_{2норм}\ldots\xi_{n\ норм}$ – нормальные значения влияющих величин.

Функции $\Psi(\xi) = \partial Y / \partial \xi_i \, \Delta \xi_i$ (i=1,2…n) называют функциями влияния, а производные $\dfrac{\partial Y}{\partial \xi_i}$ – коэффициентами влияния.

Для всех экземпляров средств измерения данного типа функции влияния могут быть подобны, но иметь различные значения параметров. В этом случае в качестве основной характеристики дополнительной погрешности принимают номинальную функцию влияния $\Psi_{ном}(\xi)$, определяемую как среднее значение функций влияния средств измерений данного типа со средними значениями ее параметров.

Нормируются пределы допускаемых отклонений функции влияния от ее номинального значения. В этих пределах должны находится функции влияния всех экземпляров средств измерений данного типа.

Если функции влияния различных экземпляров сильно отличаются друг от друга по виду или параметрам, то нормируют нижнюю и верхние граничные функции влияния.

В связи с тем, что влияющие факторы могут вызывать не только дополнительную погрешность, но и изменения других метрологических характеристик, стандартами допускается при определенных условиях нормирование функции влияния на эти характеристики. Это справедливо только для метрологических характеристик, которые нормируются для нормальных условий применения средств измерений. Если же метрологическая характеристика нормирована для рабочих условий эксплуатации, то функцию влияния не нормируют.

Если функция влияния $\Psi(\xi_i)$, какой либо величины (или вызванная ею дополнительная погрешность $\varepsilon(\xi_i)$ существенно зависит от других влияющих факторов, то допускаемые отклонения нормируют для совместных изменений нескольких влияющих факторов, как $\Psi(\xi_1, \xi_2 \ldots \xi_n)$.

В тех случаях, когда влияние несущественно, нормируют влияние каждого отдельного фактора. Условия существенности влияния указывают в технической документации на данное средство измерения. При отсутствии таких указаний внешний фактор относят к существенно влияющему, если его изменения в пределах рабочих условий применения приводит к изменению функции влияния данного фактора более, чем на 20% от ее номинального значения.

Лекция 10

Классификация видов и методов измерений.

Современный этап развития измерений и измерительной техники характеризуется большим разнообразием измеряемых величин, различным характером их изменения во времени, условий измерений, требований к точности измерения и т.д. Это обусловило широкое развитие различных видов и методов измерений. Для обеспечения возможности систематизации и выявления общих закономерностей всего многообразия измерений их классифицируют по наиболее существенным признакам.

Следует отметить, что виды и методы измерений классифицируются как по признакам, предусмотренным ГОСТ 16263-70, так и по различным «нестандартизированным» признакам, появление которых связано с бурным развитием цифровых измерительных устройств и все более широким использованием современной вычислительной техники при измерениях.

Рассмотрим, прежде всего, как классифицируются виды измерений в соответствии с признаками, предусмотренными стандартами.

В зависимости от способа обработки экспериментальных данных для нахождения результата измерения разделяются на прямые, косвенные, совместные, совокупные.

Прямое измерение - измерение, при котором искомое значение величины находят непосредственно.

Косвенное измерение - измерение, при котором искомое значение физической величины определяют на основании результатов прямых измерений с искомой величиной. При косвенном измерении значение измеряемой величины получают путем решения уравнения $x=G(x_1,x_2...x_n)$, где $x_1,x_2...x_n$ - значения величин полученных прямым измерением.

Совместными называют одновременные измерения нескольких неодноименных величин для нахождения зависимости между ними. При этом решают систему уравнений:

$$\begin{cases} G\left(x_1, x_2, x_3 ... x_n, x_1', x_2', x_3' ... x_m'\right) = 0; \\ G\left(x_1, x_2, x_3 ... x_n, x_1'', x_2'', x_3'' ... x_m''\right) = 0; \\ \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \\ G\left(x_1, x_2, x_3 ... x_n, x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, x_3^{(n)} ... x_m^{(1)}\right) = 0; \end{cases}$$

где $x_1, x_2, x_3 ... x_n$ – искомые величины;

$x_1', x_2', x_3' ... x_n', x_1'', x_2'', x_3'' ... x_n'', x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, x_3^{(n)} ... x_m^{(n)}$ – значения измеренных величин.

Пример совместного измерения: определяют зависимость резистора от температуры $R_t = R_0\left(1 + At + Bt^2\right)$, измеряя сопротивление резистора при трех различных температурах, составляют систему из трех уравнений, из которых находят параметры R_0, A, B.

Совокупные измерения – одновременные проводимые измерения нескольких одноименных величин для определения зависимости между ними. По сути совместные измерения ничем не отличаются от косвенных измерений. Пример: на основании ряда одновременных прямых измерений приращения длины образца в зависимости от изменений температуры определяют коэффициент линейного расширения образца.

В зависимости от количества наблюдений, выполняемых для получения результата измерительного эксперимента, измерения разделяются на однократные и многократные.

Наблюдение – экспериментальная операция, выполняемая в процессе измерения, в результате которой получают одно из группы значений величины. Для получения результата измерений с многократными наблюдениями требуется статистическая обработка наблюдений. Измерения вероятностных характеристик случайных процессов называют статистическими измерениями.

В зависимости от режима работы применяемых средств измерений измерения распределяются на статические и динамические. *Статическими* называют измерения физической величины, принимаемой в соответствии с конкретной измерительной задачей за неизменную на протяжении времени измерения. **Динамическое измерение** – измерения изменяющейся по размеру физической величины и, если необходимо, ее изменения во времени.

По характеристике точности измерения разделяются на равноточные и неравноточные. **Равноточными** измерениями называют ряд измерений какой-либо величины, выполненных одинаковыми по точности средствами измерений и в одних и тех же условиях. **Неравноточными** называют ряд измерений какой-либо величины, выполненных различными по точности средствами измерений и (или) в несколько разных условиях.

По выражению результата измерения разделяются на абсолютные и относительные. **Абсолютное** измерение основано на прямых измерениях одной или нескольких величин и (или) использовании значений физических констант. **Относительное** измерение – измерение отношения величины к одноименной величине, играющей роль единицы, или измерения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за исходную.

По метрологическому назначению измерения разделяются на технические и метрологические.

Техническими называются измерения с помощью рабочих средств измерений. **Метрологические** измерения проводятся при помощи эталонов и образцовых средств измерений с целью воспроизведения физических величин для передачи из размера рабочим средствам измерения.

К видам измерений, классифицируемым по признакам, предусмотренным стандартом, добавим измерения различаемые по другим признакам.

При наличие предварительного измерительного преобразования измерения разделяют на:

- **непосредственные,** при которых величина измеряется без любых предварительных преобразований сравнением с выходной величиной меры, однородной с измеряемой.

- **с предварительным преобразованием**, при которых измеряемая величина предварительно преобразуется в величину, которая может быть воспроизведена с заданным размером и поддается сравнению.

По мерности измеряемой величины измерения классифицируются на **одномерные и многомерные**. Например, многомерным называется измерение вектора напряжения, когда требуется раздельно измерять активную и реактивную составляющие, отсекая влияние неинформативных параметров сигнала.

По соотношению между числом n измеряемых величин и числом уравнений измерения m разделяют на **неизбыточные и избыточные** или множественные. При $m=n$ измерения неизбыточные (т.е. однократные), при $m>n$ – избыточные.

По способу осуществления избыточности множественные измерения подразделяются на **многократные и многоканальные**, что определяет возможность осуществления избыточности, либо повторными измерениями, т.е. многократными наблюдениями, либо разовым m-канальным измерением, либо их комбинацией.

Классификация методов измерений

Метод измерений характеризуется последовательностью измерительных преобразований, в которую обязательно входят сравнение, аналого-цифровое преобразование и масштабирование, а также при необходимости дополнительные преобразования, выполняемые в аналоговой и числовой форме и цифро-аналоговое преобразование. При этом аналого-цифровое преобразование связывает аналоговые числовые измерительные преобразования, а масштабирование заключает измерительную процедуру.

Все методы измерений подразделяются на две группы: методы непосредственной оценки и методы сравнения.

При **методе непосредственной оценки** значение измеряемой величины определяют непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия (одно или несколько преобразований без обратной связи).

Методы сравнения с мерой – это все методы измерений, в которых производится сравнение измеряемой величины и величины, воспроизводимой мерой. Сравнение может быть непосредственным или опосредованным через другие величины, однозначно связанные с первыми. Отличительная черта методов сравнения - известная величина однородна с измеряемой.

Группа методов сравнения с мерой включает в себя следующие методы: нулевой, дифференциальный, противопоставления, замещения и совпадения.

Нулевой метод измерений – метод сравнения с мерой, в котором результирующий эффект воздействия измеряемой величины и меры на прибор сравнения доводят до нуля.

Дифференциальный метод измерений – это метод сравнения с мерой, в котором на измерительный прибор воздействует разность измеряемой величины и однородной с ней известной величины, воспроизводимой мерой. Известная величина должна незначительно отличаться по размеру от измеряемой. Неизвестная величина определяется по известной величине и измеренной разности.

Метод противопоставления – метод сравнения с мерой, в котором измеряемая величина и величина воспроизводимая мерой одновременно воздействуют на прибор сравнения, с помощью которого устанавливается соотношение между этими величинами.

Метод замещения – метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой. Этот метод можно рассматривать как разновидность дифференциального или нулевого методов, отличающуюся тем, что воздействие на приборе сравнения измеряемой величины и величины, воспроизводимой с мерой производятся разновременно.

Метод совпадений – метод сравнения с мерой, при котором измеряется разность между измеряемой величиной и величиной воспроизводимой мерой с использованием отметок шкал или периодических сигналов.

По особенностям алгоритма методы измерения подразделяются на методы сопоставления и методы уравновешивания.

Методы сопоставления осуществляются за один прием, параллельно, одноэтапно, на основе многоканального сравнения.

Методы ураовешивания осуществляются за несколько приемов, последовательно, на основе многократного сравнения.

Лекция 11

Алгоритмы измерительных процедур.

Основные операции измерений и элементарные средства их реализации.

Основными операциями, составляющими процедуру измерения, являются:

воспроизведение величин,

сравнение величин,

измерительные преобразования.

Дополнительными операциями могут быть:

передача,

коммутация,

запоминание.

Средства измерений (СИ), которые реализуют отдельные операции, называются **элементарными.** СИ, которые реализуют измерительные процедуры, состоящие из нескольких операций, называют **комплексными** СИ.

Отличительная особенность этих видов состоит в том, что с помощью элементарного СИ нельзя определить значение величины; тогда, как процедура измерений, выполненная с помощью комплексных СИ, завершается получением значения измеряемой величины.

К элементарным СИ относятся: устройства сравнения, меры, измерительные и масштабные преобразователи; к комплексным - измерительные приборы и системы.

Воспроизведение величины - это создание выходного сигнала с заданным размером информативного параметра.

Эта операция выполняется с помощью **меры** (М).

Мера - это преобразователь, входная величина - числовое значение N_x, а выходная - квантованная аналоговая величина заданного размера $x_n=N_x q_x$.

Например, поскольку на входе и выходе цифроаналогового преобразователя (ЦАП) имеются именно такие величины, то его можно считать автоматически управляемой мерой.

Регулирование меры может осуществляется по детерминированному или по случайному закону. Примером детерминированного закона является закон "лесенки":

$x_N(t)=N_x(t)q_k$

при изменении $N_x(t)$ от 0 до $N_н$ через одинаковые интервалы времени единичными ступенями.

Меры подразделяются на однозначные, многозначные, наборы мер, магазины мер.

Под однозначной мерой понимается мера, воспроизводящая физическую величину одного размера, под многозначной - мера, воспроизводящая физическую величину разных размеров. Кроме того, различаются меры одно и многоканальные, регулируемые и нерегулируемые.

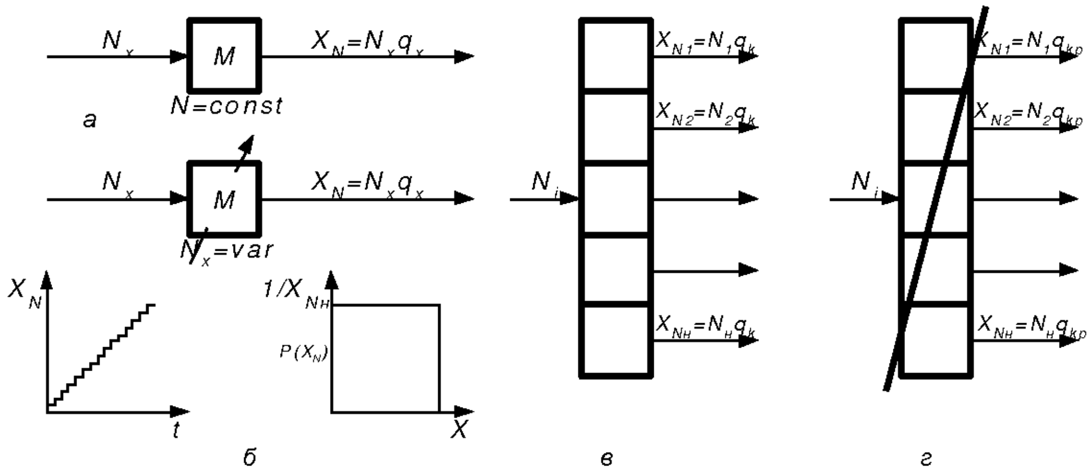

Рисунок 18 - Разновидности мер: *а* - одноканальная нерегулируемая; *б* - одноканальная регулируемая; *в* - многоканальная нерегулируемая; *г* - многоканальная регулируемая.

Так, однозначная мера может быть только одноканальной нерегулируемой (ОНМ) (например, образцовое электросопротивление в виде измерительных безреактивных катушек), уравнение

$$x_{N})=N_x q_k=const;\ N_x=const;\ q_k=const.$$

Многозначная мера может быть:

одноканальной регулируемой (ОРМ), когда в данный момент времени воспроизводится только один размер. т.е. осуществляется временное разделение величин (например, магазин емкостей), ее уравнение

$$x_N=N_x q;\ N_x=var;\ q_k=const;$$

многоканальный нерегулируемой (МНМ), одновременно воспроизводящей несколько размеров заданной величины (например, нерегулируемый делитель напряжения), ее уравнение

$$x_{Ni}=N_i q_k=const;$$

многоканальной регулируемой (МРМ), воспроизводящей одновременно несколько величин, размеры которых могут изменяться, ее уравнение

$$x_{i_{N_i}}=N_i q_k=var \quad \text{при } N_i=var;\ q_k=var.$$

Характерной особенностью многоканальных мер является пространственное разделение выходных величин.

Другой важнейшей операцией, входящей в процедуру измерения, является **сравнение величин,** т.е. определение соотношения однородных величин по знаку их разности.

Устройство сравнения чаще всего состоит из вычитателя В, создающего разность сравниваемых сигналов $\Delta_p=x_1-x_2$ и релейного элемента (РЭ), реагирующего на знак разности Δ_p. В аналоговых устройствах РЭ часто отсутствует.

Сравнение может быть одно и разновременным. Если осуществляется операция одновременного вычитания, то УС реализуется двухканальной структурой. Выходной сигнал a_i, несущий информацию о результате сравнения, чаще всего представляется логическим "1" или "0":

$$a_i = \left[0.5 \pm sign\left(x_1 - x_2\right)\right] = \begin{vmatrix} 1 \text{ при } & x_1 > x_2 \\ 0 \text{ при } & x_1 < x_2 \end{vmatrix}.$$

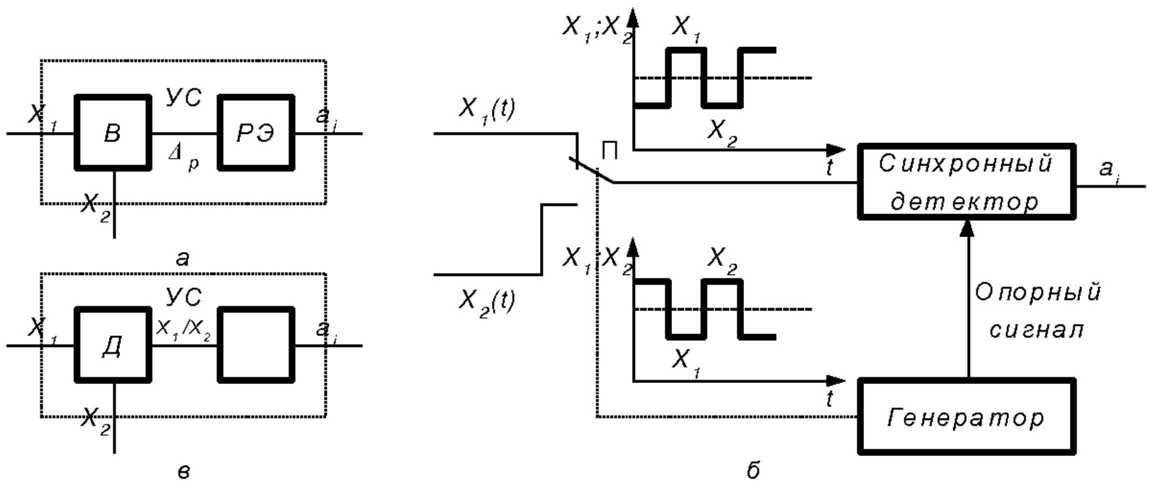

Рисунок 19 - Разновидности устройств сравнения: *а* - на основе одновременного вычитания; *б* - на основе разновременного вычитания; *в* - на основе деления.

Операция сравнения разновременным вычитанием может быть осуществлена одноканальным УС (рис.5.2, *б*). С помощью переключателя П, управляемого сигналами, поступающими с генератора, создается переменный сигнал с частотой, равной частоте генератора, и фазой, содержащей информацию о соотношении между сравниваемыми величинами.

Иногда сравнение однородных величин осуществляется с помощью операции деления:

$$a_i = 0.5 \pm 0.5 sign\left(x_1 / x_2 - 1\right) = \begin{vmatrix} 1 \text{ при } & x_1 > x_2 \\ 0 \text{ при } & x_1 < x_2 \end{vmatrix}.$$

Измерительными преобразованиями называются преобразования измеряемой величины в другую величину или сигнал измерительной информации, удобный для обработки, хранения, дальнейших преобразований, индикации или передачи по каналам связи, осуществляемые с заданной точностью. К числу измерительных преобразований можно отнести следующие операции: изменение физического рода сигнала или величины; масштабно-линейные, масштабно-временные (смещение, сжатие или растяжение во времени), нелинейные или функциональные преобразования; модуляции, квантование, дискретизация.

В качестве примера рассмотрим **масштабирование**, являющееся одной из основных операций процедуры измерения.

Масштабированием называется измерительное преобразование, осуществляемое с целью изменения размера величины или измерительного сигнала в заданное число раз, с заданной степенью точности. Соответственно, **масштабный преобразователь** (МП) – средство измерений, с помощью которого осуществляется масштабирование.

МП могут быть одно- и многозначными, одно- и многоканальными с регулируемым и нерегулируемым коэффициентом преобразования $K_{мп}$.

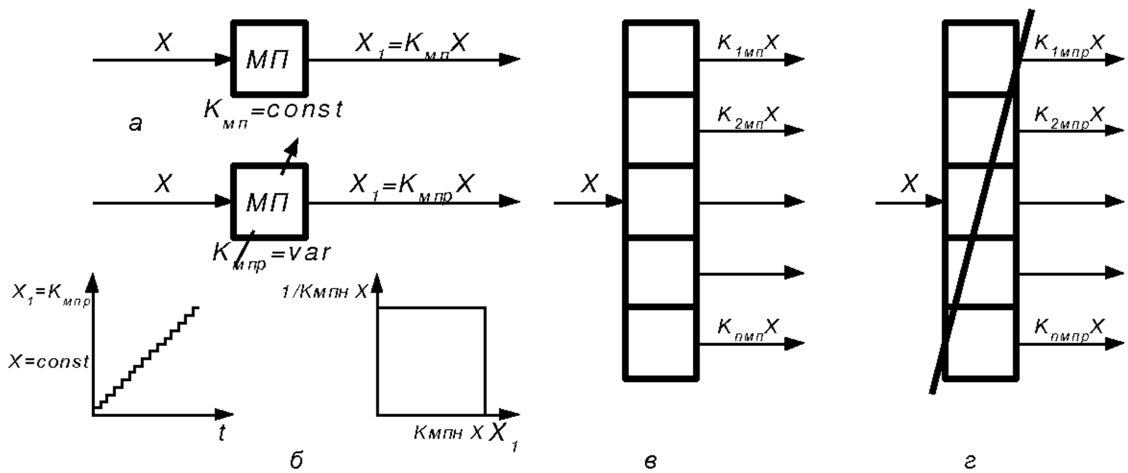

Рисунок 20 - Разновидности масштабных преобразователей: *а* - одноканальный нерегулируемый; *б* - одноканальный регулируемый; *в* - многоканальный нерегулируемый; *г* - одноканальный регулируемый.

Регулируемые МП отличает от нерегулируемых возможность изменения коэффициента преобразования $K_{мп}$. Многоканальные МП могут быть с временным и пространственным разделением.

Уравнения измерения:

одноканального нерегулируемого МП (ОНМП)

$$x_1=K_{мп}x\ ;$$

многоканального нерегулируемого МП (МНМП)с пространственным разделением

$$x_i=K_{iмп}x\ ;$$

многоканального регулируемого (МРМП) с временным и пространственным разделениями

$$x_i=K_{iмпр}x(t)x\ .$$

Лекция 12

Аналитическое описание процедуры измерений.

Аналитическое описание процедуры измерений осуществляется с помощью уравнения измерений, связывающего между собой:

истинное значение измеряемой величины x;

результат измерения $x_N=N_xq_k= N_xq_x$, где q_k - ступень квантования, единица младшего десятичного разряда числового значения меры N_x, обычно равная десятичной кратной или дольной единице измеряемой величины q_x;

погрешность измерения $\Delta=x_N-x$;

числовое значение кода меры N_x;

ступень квантования q_k;

коэффициент масштабного преобразования $K_{мп}$.

Уравнение измерений получают из уравнения УС подстановкой в него уравнения меры и МП.

Для пояснения общих принципов составления **уравнения измерений** рассмотрим простейший случай, когда процедуру измерений составляет лишь две операции:

операция воспроизведения мерой ряда величин с известными размерами из множества x_N, т.е. x_1, $x_2...x_1...x_{Nн}$, например, равноинтервального ряда с одинаковым интервалом q_k, размер которого принимаем равным единице данной величины или ее десятичной доле;

операция сравнения для выявления знака разности размеров величины x и однородной выходной величины x_N.

В этом случае операция воспроизведения величины заданного размера реализуется в виде ступенчатого изменения известной величины x_{Ni} последовательными шагами от первого $i=1$ до конечного $i_{кон}$.

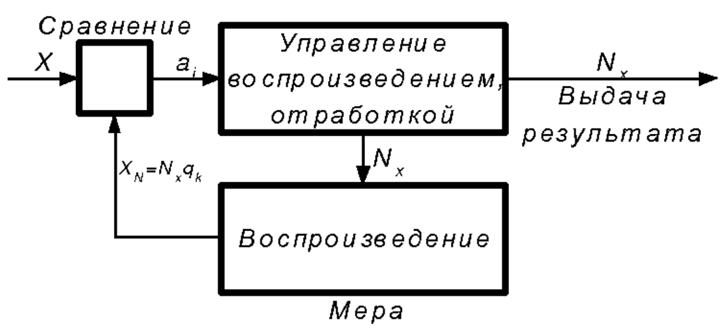

Рисунок 21 - Структурная схема непосредственных прямых измерений.

Размеры ступеней x_i при отработке выбирают в зависимости от способа отработки - равномерно или неравномерно ступенчатого. Если используется равномерно ступенчатое изменение известной величины, то ступень изменения равна ступени квантования q_k; если изменение x_i неравномерно ступенчатое, то в начале изменение происходит большими ступенями x_i, а затем меньшими вплоть до q_k. Отработка x_N продолжается до тех пор, пока не уравняется x и x_{Nx}, т.е. до тех пор, пока разность x_N-x не станет меньше минимальной ступени q_k.

Операция отработки может быть записана следующим образом:

$$x - \sum_{i=1}^{i=i_{кон}} x_i F\left[sign\left(x - x_{N_i}\right)\right] \le q_k ,$$

где x_i - изменение образцовой величины x_N при i-ом шаге отработки;

$$F\left[sign\left(x - x_N\right)\right] = \begin{vmatrix} 0 \ \text{ при } \ x - x_{N_i} < 0 \\ 1 \ \text{ при } \ x - x_{N_i} > 0 \end{vmatrix} ,$$

где x_{Ni} - значение величины x_N после i-го шага отработки.

На конечном шаге отработки имеем:

$$x - x_{N_i кон} < q_k ;$$

$$x \cong x_{N_i кон} = x_N = N_x q_k ;$$

Числовое значение величины, следовательно:

$$N_x = E\left|\frac{x}{q_k}\right| ,$$

где Е – целая часть числа полученного делением x на q_x .

Выражение описывающее зависимость между числовым значением результата измерения N_x и размером измеряемой величины x, и является уравнением измерений. Рассмотренный алгоритм может быть представлен структурной схемой, приведенной на рисунке 21.

Составим уравнение измерений для трех вариантов набора элементарных СИ (ЭСИ), реализующих операции измерительной процедуры.

В **первый вариант** набора входят одноканальная регулируемая мера и устройство сравнения (рисунок 22 *а*).

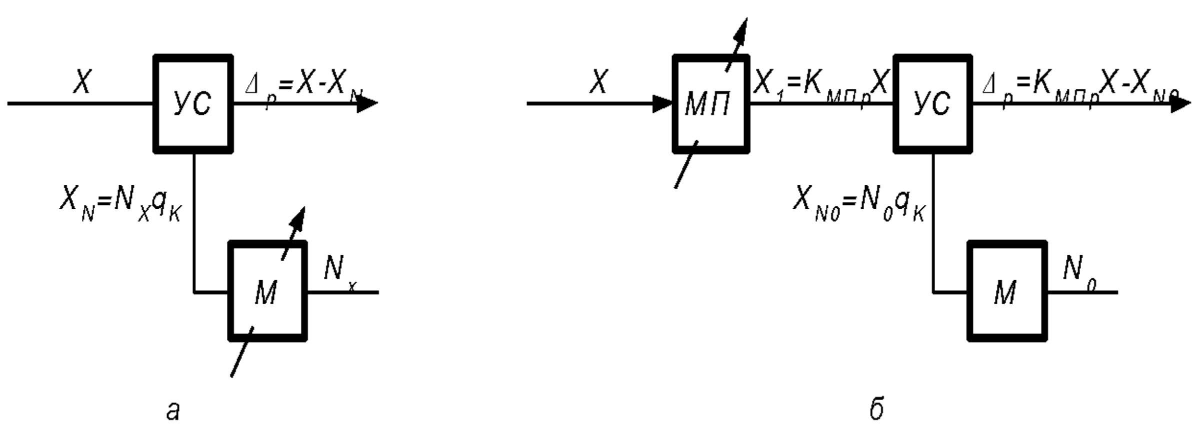

Рисунок 22 - Простейшие наборы средств измерений для реализации абсолютных непосредственных измерений: *а* - устройство сравнения и одноканальная регулируемая мера; *б* - устройство сравнения, одноканальная нерегулируемая мера и одноканальный регулируемый масштабный преобразователь.

Подставим в уравнение УС уравнение меры

$$x - x_n = \Delta_p;\ x - N_x q_k \le q_k .$$

Для нахождения x нужно изменять N_x до тех пор, пока Δ_p не станет меньше q_k. Очевидно, мера должна быть многозначной во всем диапазоне x:

$$x = N_x q_k; \qquad N_x = E\left|\frac{x}{q_k}\right| .$$

Следовательно, измерение математически представляется в виде деления, которое продолжается, пока остаток деления или разность становится:

$$x - N_x q_k < q_k$$

Уравнение измерения $N_x = E\left|\dfrac{x}{q_k}\right|$ всегда является линейным, т.к. $q_k = const$.

Второй вариант состава ЭСИ включает нерегулируемую одноканальную меру, устройство сравнения и масштабный преобразователь. Уравнение измерения получаем подстановкой в уравнение УС уравнения МП:

$$\Delta_p = K_{мп} x - x_{N_0};$$

$$K_{мп} = \frac{x_{N_0}}{x}.$$

Если выполнить условие $K_{мп_p} = \dfrac{1}{N_x}$, то

$$\frac{1}{N_x} = \frac{x_{N_0}}{x}; \quad N_x = E\left|x / x_{N_0}\right| .$$

т.е. уравнение измерений линейно. Однако соблюсти это условие затруднительно и поэтому такой вариант применяется редко.

Третий, рассматриваемый нами вариант предполагает наличие в составе ЭСИ регулируемой одноканальной меры, устройства сравнения, масштабного преобразователя, тогда:

$$K_{мп_p} x - x_N = \Delta_p;$$

$$K_{мп_p} x - N_x q_k \le q_k;$$

$$N_x = E\left|\frac{K_{мп_p} x}{q_k}\right| .$$

Поскольку $K_{мпр} = const$ - уравнение измерений линейно.

Лекция 13

Алгоритмы и уравнения измерений основных методов прямых измерений без предварительного преобразования.

Методы сопоставления представлены своими четырьмя разновидностями.

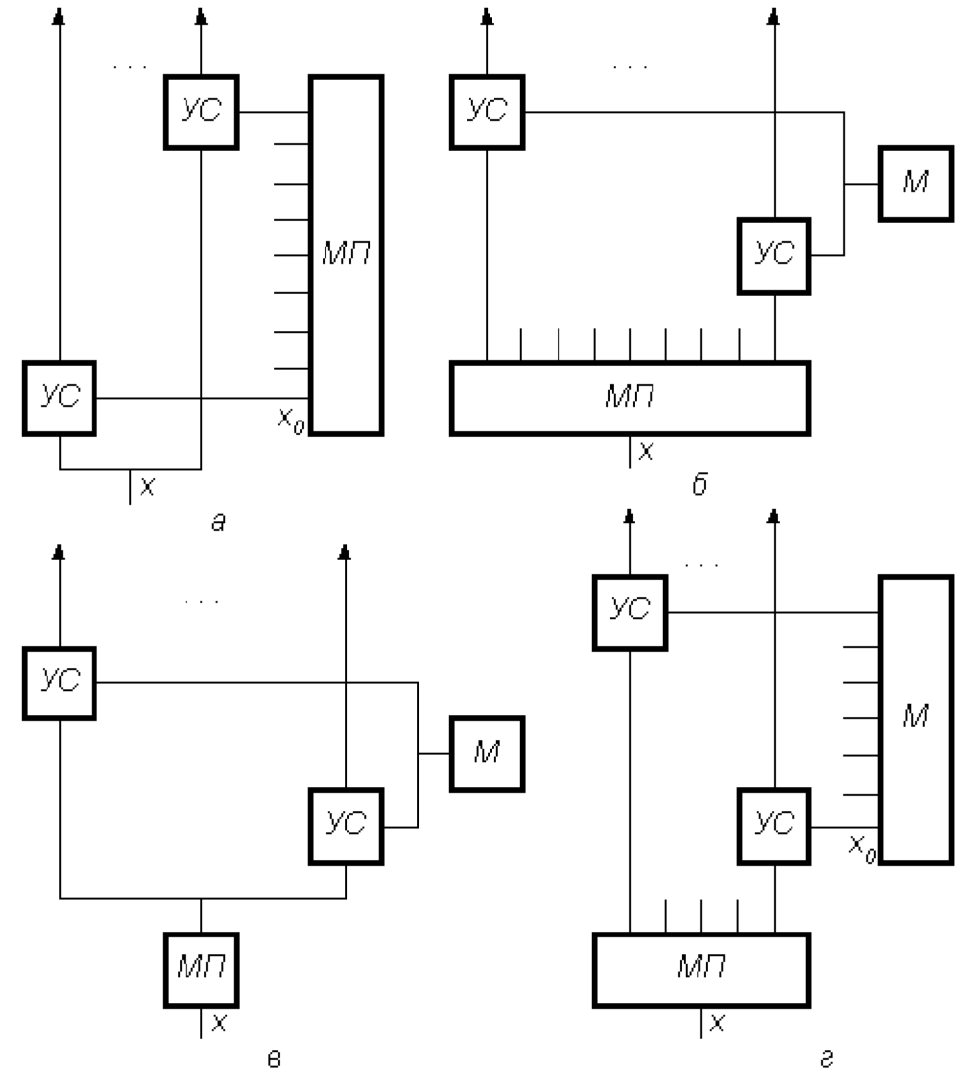

Рисунок 23 - Структура измерений методом сопоставления: *а* – первый метод; *б* – второй метод; *в* – третий метод; *г* – четвертый метод.

Первый метод сопоставления (метод интерполяции) (рисунок 23) предполагает использование в наборе ЭСИ многоканальной нерегулируемой меры и устройства сравнения. МНМ имеет $N_н$ каналов, обеспечивающих работу по единичной системе счисления с $N_н$ и равномерными ступенями. В набор входит также $N_н$ УС при условии реализации одноэтапного алгоритма.

При условии, что начальные нулевые значения измеряемой и известной величин совпадают, числовое значение определяется по старшему из сработавших УС.

Детерминированный алгоритм первого метода сопоставления:

$$N_x q_k < x < (N_k + 1) q_k .$$

По этому алгоритму определяют номер старшего из сработавших УС:

$$G\left[sign\left(X - X_N\right)\right] = \begin{vmatrix} 0 & \text{при} & X - X_{N_i} < 0 \\ 1 & \text{при} & X - X_{N_i} > 0 \end{vmatrix} .$$

При этом по каждому каналу с номером N_x передается единичный сигнал. Так формируется первичный единичный многоканальный код $N_{(1)}^{(m)}$, который и представляет числовое значение измеряемой величины. В дальнейшем этот код преобразуется обычно в цифровой код. Уравнение метода

$$N_x = E\left|\frac{x}{q_k}\right| .$$

При несовпадении начальных нулевых отметок измеряемой и известной величин появляется погрешность квантования с обеих сторон интервалов.

Метод используется при измерении напряжения, перемещения и времени.

Одним из вариантов первого метода сопоставления является **метод одноэтапного нониуса**, основанный на использовании двух МНМ с различными шагами квантования q_1 и q_2. Метод используется при $x<q_1$.

При кратности повышения чувствительности n должно соблюдаться соотношение:

$$q_2 = q_1(1 - 1/n)$$

Графически метод нониуса представлен на рисунке 24. В момент измерения нулевые отметки двух МНМ оказываются сдвинутыми на величину x. Отсчет делается по номеру ближайшей из «совпавших» отметок. Алгоритм метода измерения:

$$N_x q_1 - (x + N_x q_2) < q_1/n .$$

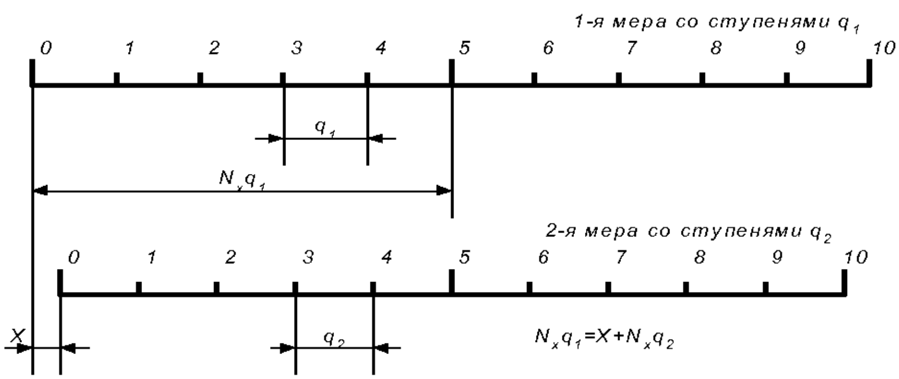

Рисунок 24 - Графическое представление метода нониуса.

Считая, что q_1/n пренебрежимо мало, получаем уравнение метода однократного нониуса:

$$N_x = E\left|\frac{x}{q_1/n}\right| = E\left|\frac{nx}{q_1}\right| \quad .$$

Получается, что шаг квантования как бы уменьшается в n раз. Метод нониуса чаще всего применяется для измерения перемещений и иногда малых интервалов времени.

При относительных измерениях, т.е. при определении отношения:

$$k = {}^{x}\!/_{q_1} = N_x\left(1 - q_2/q_1\right) \ ,$$

q_1 – опорное значение шага квантования может оставаться неизвестным, т.к. важно, чтобы было известным отношение $ql1/q_2=1-1/n$. Это оказывается очень удобным при измерении фазы.

Часто применяемыми вариантами метода нониуса являются метод растра и метод муара.

Метод растра предполагает использование двух многоканальных мер в виде прозрачных линеек (рисунок 25*а*) с близкими размерами шага квантования q_{l_1} и q_{l_2}; $q_{12} = \left(l - {}^{l}\!/_{n}\right)q_{l_1}$.

При параллельном наложении меток одной линейки на метки другой образуются тени – участки с максимально сближенными метками. В процессе измерения расстояние между нулевыми метками должно увеличиваться плавно от 0 до l_x. Перемещение одной из линеек вызовет перемещение теней на расстояние в n раз больше, чем l_x. Результат измерения равен числу меток в ряду q_{l_1}, пересеченных тенью: $N_x = \dfrac{l_x}{q_{l1}/n}$,

что совпадает с уравнением измерения метода нониуса.

Метод муара, также как и метод растра, предполагает использование двух многозначных мер – прозрачных линеек с штриховыми метками (рисунок 25б) в виде параллельных равноотстоящих линий.

В отличие растровых многоканальных мер штриховые метки муаровых линеек имеют одинаковый шаг квантования и при параллельном совмещении линеек располагаются под набольшим углом x друг от друга. В процессе измерения, когда одна из линеек плавно перемещается в продольном направлении от 0 до l_x, теневые полосы движутся в поперечном направлении и перемещение в $1/\sin\alpha$ больше 1_x. Результат измерения получают путем счета количества меток, пересеченных тенью, у третьей меры с шагом квантования q_l, расположенной перпендикулярно первым двум мерам. Тогда:

$N_x = l_x / \sin\alpha \; q_l$

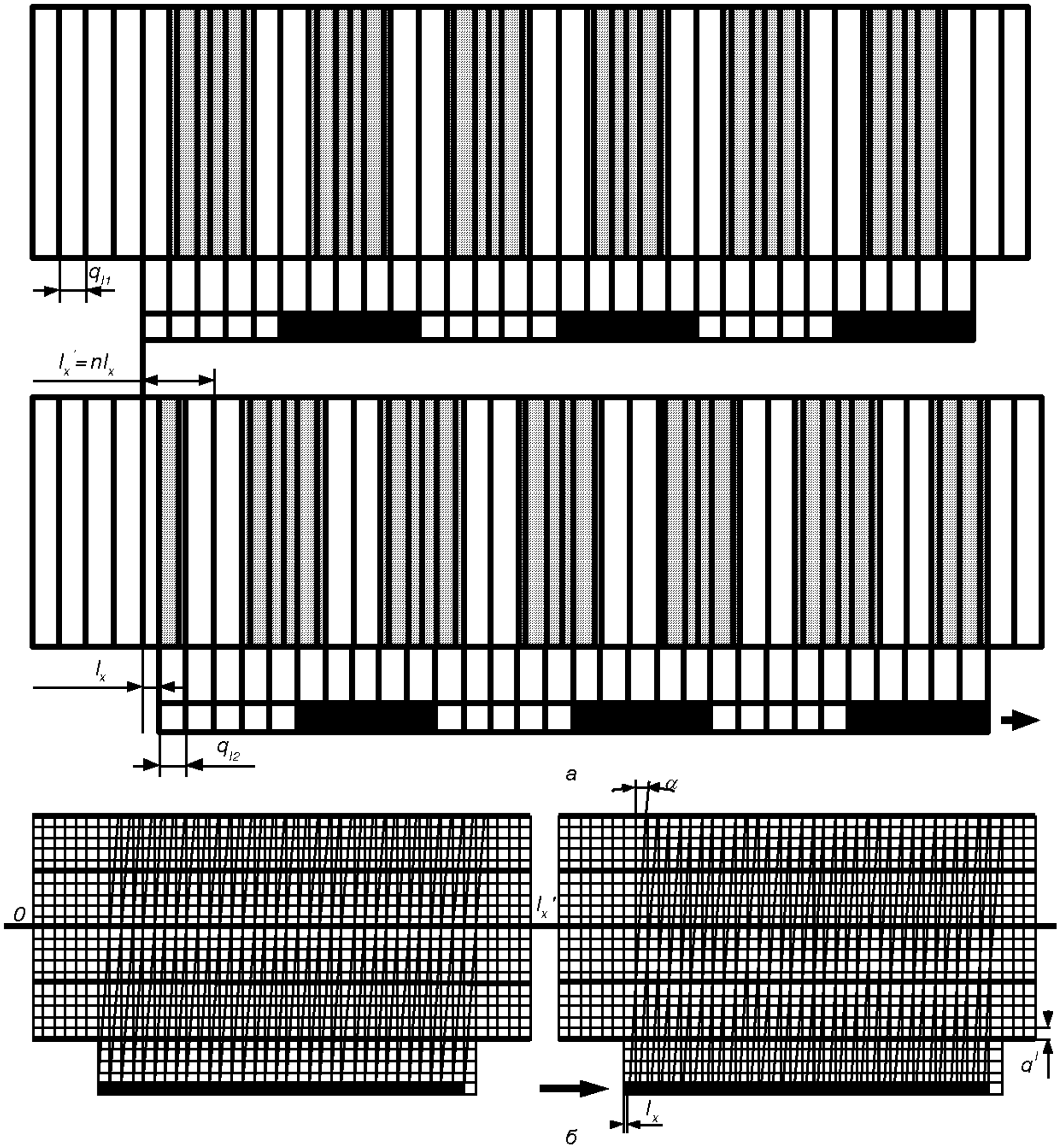

Рисунок 25 - Схематическое представление методов растра (*а*) и муара (*б*).

Лекция 14

Второй метод сопоставления отличается от первого тем, что используемая в нем мера является одноканальной, а для получения количественного результата используется многоканальный нерегулируемый масштабный преобразователь (ММП). Такой набор позволяет обеспечить минимальное время измерения. Если ММП является равноступенчатым делителем с коэффициентом передачи

$$K_{мп} = \frac{N}{N_н},$$

где $N_н$ - шаг деления, то алгоритм метода $N/N_н x < x_0 < (N+1) / N_н x$,

откуда $N = N_x = \dfrac{x}{x_0 / N_н}$.

Уравнение измерения:

$$N_x = E\left|\frac{xN_н}{x_0}\right| .$$

Третий метод сопоставления отличается от первого наличием в наборе ЭСИ предвключенного одноканального нерегулируемого масштабного преобразователя. Алгоритм метода

$$G\left[sign\left(xK_{мп} - N_x q_k\right)\right] = \begin{vmatrix} 0 \quad \text{при } xK_{мп} - N_n q_k < 0 \\ 1 \quad \text{при } xK_{мп} - N_n q_k > 0 \end{vmatrix} .$$

Уравнение измерения:

$$N_x = E\left|\frac{xK_{мп}}{q_k}\right| .$$

Четвертый метод сопоставления предполагает наличие в наборе двух многоканальных неуправляемых СИ - меры и масштабного преобразователя. Другое название метода - метод коинциденции (одновременного попадания). Чаще всего метод применяют при измерении шага l_x штриховых меток и периода T_x или частоты импульсов.

Если нужно измерить l_x, смещаются метки как меры, так и масштабного преобразователя до совпадения нулевых отметок и затем определяются номера N'_x и N''_x пары "совпадающих" меток рядов меры и масштабного преобразователя, соответственно.

Алгоритм метода

$$l_x N'_x - q_l N''_x = 0 .$$

Уравнение измерения

$$N''_x = E\left|\frac{l_x N_x}{q_l}\right| ,$$

где q_l - шаг квантования меры.

В связи с тем, что в измерении участвует два многозначных СИ, метод измерений является избыточным, благодаря чему шаг квантования меры q_i уменьшается в N''_x раз.

При измерении периода T_x импульсного сигнала

$$N''_x T_0 = N' T_x ; \quad f_x = \frac{1}{T_x} = N'_x / N''_x f_0 \ ,$$

где T_0 - период меры.

Методы измерений, основанные на **уравновешивании измеряемой величины** известной величиной по многоэтапному алгоритму, можно объединить в группу методов уравновешивания.

Для таких методов характерно обычно использование регулируемых мер и масштабных преобразователей. Причем выходная величина меры или масштабного преобразователя изменяется до тех пор, пока устройство сравнения не зафиксирует, соответственно, равенство измеряемой величины x и квантованной ступенчато изменяющейся величины x_N, или равенство между величиной на выходе масштабного преобразователя $xK_{МП}$ и постоянным значением x_0, воспроизводимым мерой.

Процесс изменения x_N или $xK_{МП}$ проходит последовательно во времени, поэтому методы уравновешивания по быстродействию уступают методам сопоставления. Отличительной чертой методов уравновешивания является также и то, что числовое значение измеряемой величины определяется по входному коду меры или коэффициенту преобразования $K_{МП}$ масштабного преобразователя в момент срабатывания устройства сравнения при достижении равенства x и x_0.

Рассмотрим сначала подгруппу методов уравновешивания, в которую входят методы с набором, состоящим из двух видов ЭСИ-меры и устройства сравнения.

Первый метод уравновешивания или нулевой метод измерения (рисунок 26) предполагает использование одноканальной регулируемой меры, управляемой оператором или автоматически по знаку разности x-x_N на выходе УС. Причем выходная величина меры x_N изменяется до момента уравнивания со значением x.

Нулевой метод измерения является наиболее распространенным, благодаря простоте и минимальным аппаратурным затратам.

Отработка выходной величины меры может проходить как по детерминированным алгоритмам с использованием различных систем счисления (единичной, двоичной, двоично-десятичной и др.), так и по стохастическому, когда величина изменяется случайно, но имеет заданное распределение.

Наиболее распространены детерминированные алгоритмы "исчерпывания" и поразрядного уравновешивания.

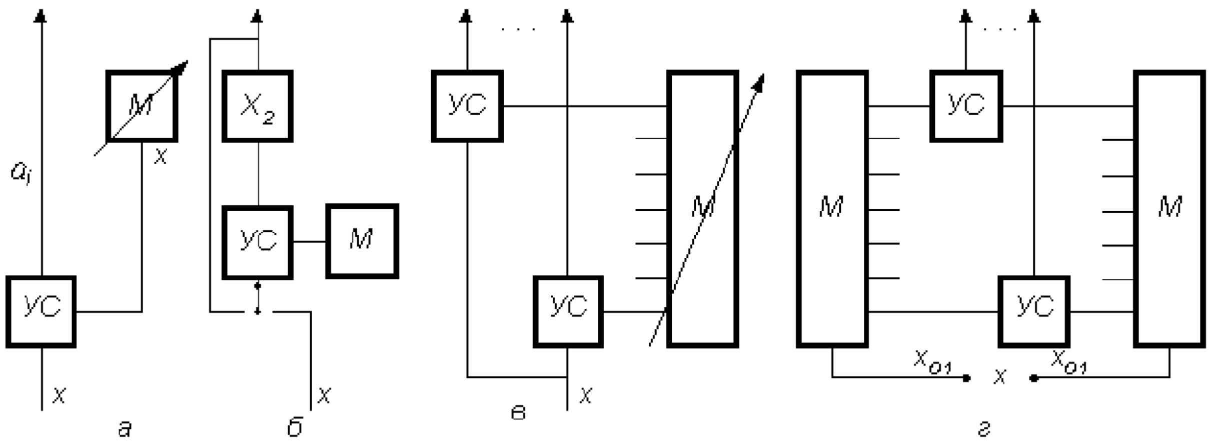

Рисунок 26 - Структуры измерений методами уравновешивания: *а* – первый; *б* – с удвоением разностей; *в* – ускоренного уравновешивания; *г* – многократного нониуса.

Алгоритм "исчерпывания":

$$0 < \left(x - \sum_{i=1}^{N_x} a_i q_k \right) < q_k ;$$

$$a_i = 1 \quad \text{при} \quad \left(x - \sum_{i=1}^{N_x} a_i q_k \right) > 0; \qquad a_i = 0 \quad \text{при} \quad \left(x - \sum_{i=1}^{N_x} a_i q_k \right) < 0$$

В данном случае размер q_k реализуется последовательными ступенями изменяющейся во времени выходной величины меры. Каждая ступень инициируется импульсом. В момент равенства x и выходной величины меры число импульсов равно N_x, выражаемому первично в одноканальном последовательном коде, который в цифровой форме с помощью счетчика импульсов может быть представлен двоичной (или иной) кодовой комбинацией:

$$N_x = E\left| \frac{x}{q_k} \right| .$$

Алгоритм поразрядного уравновешивания:

$$x - \sum_{i=1}^{i=m} x_{k_i} \left\{ G_i \left[sign\left(x - x_{N_i}\right) = \begin{vmatrix} 0 & \text{при } x - x_{N_i} < 0 \\ 1 & \text{при } x - x_{N_i} > 0 \end{vmatrix} \right] \right\} < q_k$$

где m - количество разрядов двоичного кода, $x_{k_i} = 2^{i-1}$ - значение выходной величины меры, соответствующее i-му разряду двоичного кода.

Результат измерения в двоичном коде:

$$x_{N_i} = \sum_{i=1}^{i=m} a_i 2^{i-1} q_k \ ;$$

при $x\text{-}x_{k_m} < 0 \ \ a_m=0$;

при $x\text{-}x_{k_m} > 0 \ \ a_m=1$;

при $x\text{-}(a_m x_{k_m} + a_{m-i} x_{k_{m-i}}) < 0; \ a_{m-i}=0$;

при. $x\text{-}(a_m x_{k_m} + a_{m-i} x_{k_{m-i}}) < 0; \ a_{m-i}=1$

Результат измерения в виде числового значения N_x представляется первично в двоичном или ином цифровом коде.

Аппаратурная реализация метода несколько сложнее, чем при поразрядном уравновешивании, но быстродействие увеличивается в $N_н / \log_2 N_н$ раз.

Статистический алгоритм первого метода уравновешивания рассмотрим на примере алгоритма отработки среднего значения случайного процесса $x(t)$.

Выходная величина одноканальной регулируемой мера в данном случае принимает случайные значения, подчиняющиеся равномерному закону распределения вероятностей, что может быть реализовано, например, при управлении мерой в пределах чисел от 0 до N_x от генератора случайных чисел. Максимальное значение $x_m(t)$ должно быть меньше номинального значения выходной величины меры $x_{Nн}$.

Описание алгоритма:

$$\frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^{i=n_0} G\left[sign\left(x - x_{N_i}\right)\right] - \bar{x}_{cp} / x_{N_н} \le q_x / x_{N_н} \ ;$$

$$G\left[sign\left(x - x_{N_i}\right)\right] = \begin{vmatrix} 0 & \text{при } x - x_{N_i} < 0 \\ 1 & \text{при } x - x_{N_i} > 0 \end{vmatrix} \ .$$

Отработка производится до тех пор, пока частость срабатывания n_0/n устройства сравнения при $(x - x_{Ni}) > 0$ не будет равна отношению $\bar{x}_{cp}/x_{Nн}$, тогда

$$\ddot{x}_{cp} = n_1 x_{Nн} / n_0$$

Лекция 15

Второй метод уравновешивания, называемый методом с **удвоением разностей,** характеризуется использованием одноканальной нерегулируемой меры и одного устройства сравнения. Отличительной особенностью метода является создание и удвоение разностей с последующим сравнением выходной величины меры с создаваемыми разностями.

Третий метод уравновешивания - **метод ускоренного уравновешивания** - основан на использовании многоканальной регулируемой меры и N устройств сравнения.

Уравнение метода:

$$x = N_x q_k \ .$$

Ускорение процесса уравновешивания достигается за счет многоканальности меры и увеличения числа используемых устройств сравнения, чем обеспечивается пространственное и временное разделения. Крайним случаем является развертка выходной величины меры во всех квантах одновременно.

Метод многократного нониуса (**четвертый метод уравновешивания**) реализуется с помощью трех и более многоканальных нерегулируемых мер и ряда устройств сравнения.

Уравнение метода:

$$x\text{-}Nq_1\text{-}N_1(q_1\text{-}q_2)\text{-}N_2(q_1\text{-}q_3)\le q_1\text{-}q_3 \qquad .$$

Такой метод применяется, если размер ступени мер не отвечает требованиям чувствительности и точности и требуется повысить быстродействие.

Подгруппу методов измерений с использованием *УСИ* **трех видов** - меры, устройства сравнения и масштабного преобразователя - составляют девять методов измерений.

Уравнения методов рассматриваемой подгруппы:

второго метода уравновешивания -

$$K_{МПр} x = x_0 \, ,$$

где $K_{МПр}$ - коэффициент преобразования одноканального регулируемого масштабного преобразователя;

третьего метода уравновешивания -

$$xK_{МП}=x_0K_{МПр}=N_xq_k \, ;$$

второго-пятого методов ускоренного уравновешивания, соответственно, -

$$xN_x/N_н=x_0; \; xN_x/N_н=x_0K_{Мр}; \; xK_{МПр}=N_xq_k; \; xK_{МП}=N_xq_{kp} \, ,$$

первого и второго стробоскопических методов, соответственно. -

$$T_xK_{МПр}=T_0; \; T_x=T_0K_{МПр} \quad .$$

Последние два метода получили такое название в связи с тем, что в устройстве сравнения используется стробоскопический эффект.

В момент уравновешивания срабатывают все устройства сравнения. Измерению подлежат величины частотно-временной группы - частота и период. Уравновешивается период (или частота) изменением известного периода T_0, либо коэффициента масштабного преобразователя. С помощью стробоэффекта определяется знак разности, равенства, или кратности сравниваемых величин.

Одним из наиболее часто применяемых методов является **дифференциальный метод измерений** (рисунок 27)

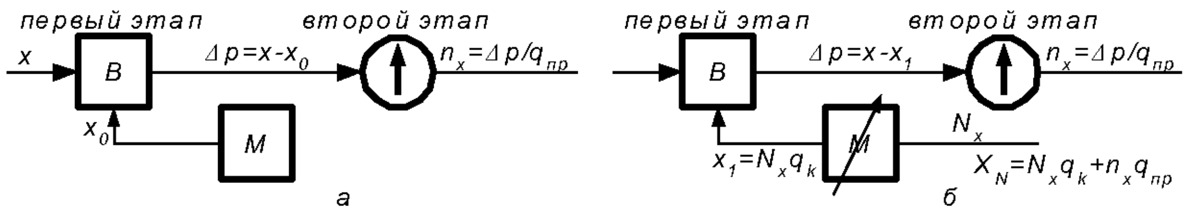

Рисунок 27 - Дифференциальный метод измерения: *а* - с применением на первом этапе нерегулируемой меры; *б* - с применением на первом этапе регулируемой меры.

Во многих случаях находят применения **комбинированные методы прямых измерений** без предварительных преобразований.

При реализации таких методов процедура измерений состоит из двух этапов:

сначала измерения производятся одним из рассмотренных методом сопоставления или уравновешивания,

а затем разность, измеряемой величины и выходного сигнала меры, измеряется другим (или таким же, как на первом этапе) методом. Н а втором этапе измерений нередко используются комплексные средства измерений (КСИ).

Возможны два варианта реализации: первый с применением на первом этапе нерегулируемой меры, второй с применением регулируемой меры.

В обоих вариантах устройство сравнения используется в качестве вычитателя В с выходной величиной в виде разности Δ_p измеряемой и известной величин.

В первом варианте с помощью меры воспроизводится постоянное значение x_0 и на выходе вычитателя получается разность $\Delta_p = x - x_0$, которая на втором этапе измеряется комплексным средством измерения.

Результат измерения получается суммированием результатов обоих этапов. Такой вариант дифференциального метода применяют при близких значениях x и x_0, когда точность измерения зависит только от погрешности меры.

Во втором варианте дифференциального метода на первом этапе с помощью регулируемой меры создается величина $x_1 = N_x q_k$, однородная с x и близкая к ней по значению. Получаемая на выходе вычитателя В разность $\Delta_p = x - N_x q_k$ измеряется на втором этапе с помощью комплексного СИ, затем результаты суммируются.

Отсчет по комплексному СИ

$$n_x = \Delta_p / q_{пр} ,$$

где $q_{пр}$ - шаг квантования КСИ.

Тогда результат измерений:

$$X_N = N_x q_k + n_x q_{пр} .$$

Очевидно, суммарная погрешность измерений при реализации метода будет зависеть как от точности меры (определяемой первым слагаемым), так и точности комплексного СИ (второе слагаемое).

Если принять $N_x q_k >> n_x q_{пр}$, то точность измерения будет зависеть главным образом от точности шага квантования выходной величины меры.

Лекция 16

Методы измерений с предварительным преобразованием измеряемой величины.

Конечной целью измерительного преобразования, выполненного перед процедурой измерения, является получение величины, удобной для измерения. Чаще всего – это изменение рода сигнала, осреднение или функциональное преобразование, проводимые с помощью измерительных преобразователей ИП в тех случаях, когда для измеряемой величины отсутствуют устройство сравнения и меры.

Рассмотрим два варианта реализации метода замещения с предварительным преобразованием вида измеряемой величины.

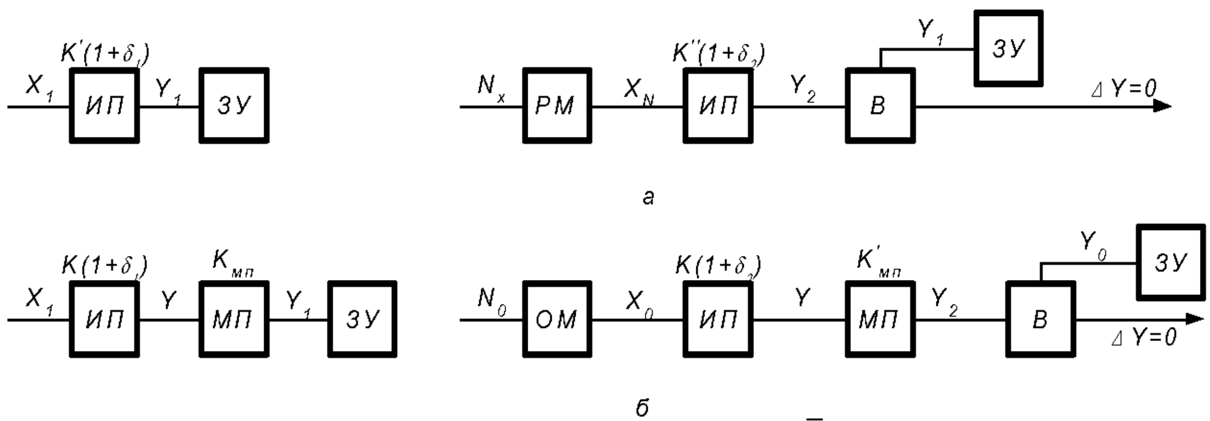

Рисунок 28 - Методы замещения: *а* – с регулируемой мерой; *б* – с регулируемым масштабным преобразованием величины

Если не созданы устройства сравнения, но имеются регулируемые одноканальные меры, то используют вариант метода замещения, в набор элементарных средств измерений которого (рисунок 28), кроме одноканальной регулируемой меры РМ, входит устройство сравнения, работающее в режиме вычитателя В, измерительный преобразователь ИП, запоминающее устройство ЗУ.

Процедура измерений разбивается на два этапа. Первый этап включает в себя операцию преобразования, осуществляемую ИП согласно уравнению $y_1=f(x_1)$ и запоминания x_1 с помощью ЗУ.

На втором этапе изменяющийся выходной сигнал x_N регулируемой меры РМ преобразуется ИП согласно уравнению $y_2=f(x_N)$. Изменения x_N происходит до тех пор, пока значения y_2 и y_1 не уравняются. Результат измерения для линейных функций $y_1=f(x_1)$ и $y_2=f(x_N)$ определяется как

$$x_N = N_x q_k \ .$$

Таким же образом будет определятся x_N для нелинейных функций $y_1=f(x_1)$ и $y_2=f(x_N)$, если хотя бы одна производная разложения $y_1–y_2=f(x_1)–f(x_N)$ в ряд Тейлора в точке x_N не равна нулю.

Для линейных функций преобразования:

$$y_1 = K'(1+\delta_1)x_1 + \Delta y_1,$$
$$y_2 = K'(1+\delta_2)x_N + \Delta y_2,$$

где K', K'' - коэффициенты передачи ИП, δ_1, δ_2 – мультипликативные погрешности (погрешности коэффициента передачи); Δy_1, Δy_2 - аддитивные погрешности ИП, если по условию $\delta_1=\delta_2$; $\Delta y_1=\Delta y_2$ *и* $K'=K''$, то при $y_1=y_2, x_1=x_N$ Это означает, что при таком варианте использования метода замещения погрешностей, связанные с включением ИП в набор, отсутствуют.

Алгоритм метода замещения с регулируемой мерой

$$[x_1k(1+\delta_1)+\Delta y_1]-[N_xq_xk(1+\delta_2)+\Delta y_1]<\Delta y_{п.ч}$$

При $\Delta y_1=\Delta y_2$, $\delta_1=\delta_2$ уравнение измерения

$$N_{x_1} = E/x_1/q_k/$$

Метод замещения с регулируемой одноканальной мерой находит широкое применение при точных измерениях.

Второй вариант реализации метода замещения строится на основе регулируемого масштабного преобразователя МП и набора средств, состоящего из вычислителя В, одноканальной нерегулируемой меры ОМ и измерительного преобразователя ИП.

Алгоритм метода:

$$[xK(1+\delta_1)K_{МП}+\Delta y_1]-[x_0K(1+\delta_2)\,K'_{МП}+\Delta y_2]\leq\Delta y_{п.ч},$$

при

$$\delta_1=\delta_2;\ \ и\ \ \Delta y_1=\Delta y_2\ \ xK_{МП}=N_xq_kK'_{МП},$$

уравнение измерения

$$N_X = E\left|\frac{xK_{мп}}{K'_{мп}q_k}\right|.$$

Методы с применением набора элементарных средств с предварительным преобразованием широко используются на только при прямых, но и при косвенных измерениях, когда осуществляется предварительное функциональное преобразование одной или нескольких величин.

Применяются методы как с аналоговым, так и с цифровым функциональным преобразованием аргументов x и y и результатов измерений N_X, N_Y соответственно.

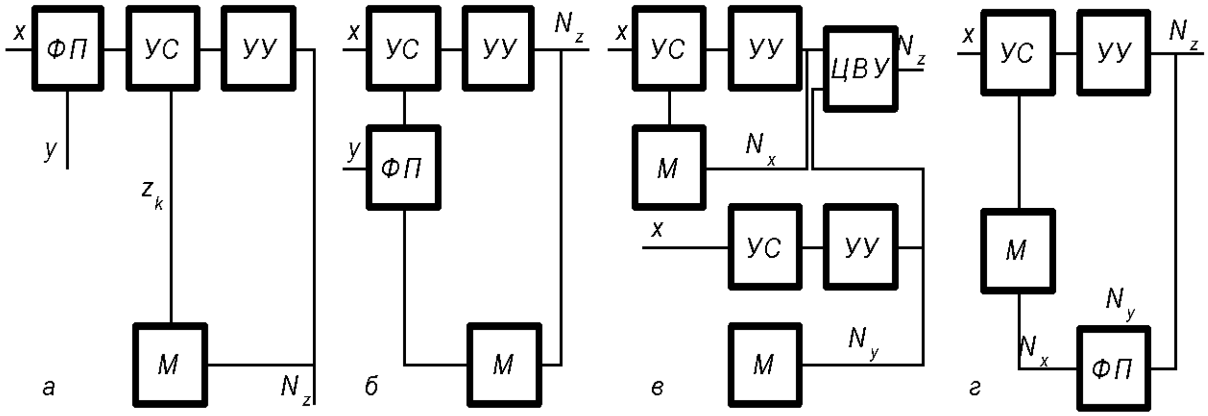

Рисунок 29 - Методы измерений с функциональным преобразованием:
а,*б* - аналоговые; *в*,*г* - цифровые;

Так как возможны и варианты места включения измерительного функционального преобразователя (ФП), то рассматриваемые методы измерений можно разбить на четыре группы (рисунок 29). Во всех вариантах предполагается, что для получения числового выражения N_Z измеряемой величины z требуется функциональное преобразование аргументов x и y (или их числовых эквивалентов N_x, N_y)

Методы измерений первой группы используются, когда имеется мера для измеряемой величины z, получаемой после функционального преобразования $z=xy$. Уравнение измерений:

$$N_z = E\left|\frac{xy}{q_z}\right| .$$

Такой результат получается на выходе устройства управления УУ при $z=z_к$, фиксируемом УС.

Методы измерений второй группы применяются если имеется функциональный преобразователь с функцией, обратной заданной:

$x_k = f^{-1}(z,y)$, т.е. $x_k = n_z q_z / y$

Уравнение измерений:

$$N_z = E\left|\frac{xy}{q_z}\right| .$$

Методы третьей группы (рис. 5.14, *в*) предполагают наличие в составе технических средств цифрового вычислительного устройства ЦВУ

$$N_z = E\left|\frac{N_x q_k N_y q_y}{q_z}\right| .$$

Методы четвертой группы используются, когда функциональное преобразование, обратное заданному, реализуется с помощью детерминированного или стохастического преобразователя кода. Тогда:

$x_k=N_x q_x=N_z/N_y q_k=x$; $N_z/N_y=N_x$; $N_z=N_y N_x$.